



CRNA GORA  
ZAVOD ZA ŠKOLSTVO

## **MATEMATIČKA GIMNAZIJA**

Predmetni program

### **GEOMETRIJA**

I i II razred

Podgorica  
2020.

## SADRŽAJ

<b>A. NAZIV PREDMETA.....</b>	<b>3</b>
<b>GEOMETRIJA .....</b>	<b>3</b>
<b>B. ODREĐENJE PREDMETA.....</b>	<b>3</b>
<b>C. CILJEVI PREDMETA .....</b>	<b>3</b>
<b>D. POVEZANOST SA DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA .....</b>	<b>4</b>
<b>E. OBRAZOVNO-VASPITNI ISHODI PREDMETA.....</b>	<b>5</b>
PRVI RAZRED .....	5
DRUGI RAZRED .....	10
<b>F. DIDAKTIČKE PREPORUKE ZA REALIZACIJU PREDMETA .....</b>	<b>13</b>
<b>G. PRILAGOĐAVANJE PROGRAMA DJECI S POSEBNIM OBRAZOVNIM POTREBAMA I     NADARENIM UČENICIMA.....</b>	<b>13</b>
<b>H. VREDNOVANJE OBRAZOVNO-VASPITNIH ISHODA .....</b>	<b>14</b>
<b>I. USLOVI ZA REALIZACIJU PREDMETA.....</b>	<b>18</b>

## A. NAZIV PREDMETA

### GEOMETRIJA

## B. ODREĐENJE PREDMETA

Geometrija je jedna od najstarijih i fundamentalnih disciplina matematike. Nastala iz potrebe da se odredi mjera (dužina, površina, zapremina) ravnih i prostornih figura bila je inspiracija kako za razvoj matematike u cjelini tako i za nastanak posebnih grana matematike. Osim toga ona je stalni pratilac likovne umjetnosti, a njeni rezultati u XIX vijeku utiču na razvoj prirodnih nauka, u prvom redu fizike.

Nastavni predmet Geometrija realizuje se u odjeljenjima matematičkih gimnazija sa 3 časa sedmično tokom prvog i drugog razreda. Orijentaciono, fond časova može biti raspoređen po sljedećoj šemi:

Razred	Sedmični broj časova	Ukupni broj časova	Obavezni dio (80–85%)	Otvoreni dio (15 do 20%)	Teorijska nastava (TN)	Vježbe i ostali vidovi
1	3	108	92	16	38	54
2	3	108	92	16	36	56

Teorijska nastava – podrazumijeva časove na kojima se dominantno uvode novi sadržaji. Ostali vidovi nastave se odnose na časove koji su dominantno posvećeni ponavljanju, uvježbavanju, ocjenjivanju i sl. Otvoreni dio programa se odnosi na časove čije ishode planira škola (nastavnik<sup>1</sup>, odnosno aktivni škole u saradnji sa roditeljima, učenicima<sup>2</sup>, lokalnom zajednicom). Obavezni dio programa (teorijske nastave) – ukazuje na broj časova za koje se definišu ishodi u ovom programu. Napominjemo da je gornja šema samo predlog i da svaki nastavnik ima slobodu da sam rasporedi časove, osim onih planiranih za pismene zadatke.

## C. CILJEVI PREDMETA

**Opšti ciljevi izučavanja geometrije su:**

- razvijanje apstraktno-logičkog i intuitivnog načina mišljenja učenika;
- razvijanje istrajnosti, inicijativnosti, postavljanja hipoteza, istraživanja, samodiscipline;
- prepoznavanje pitanja koja su pokretala razvoj geometrije kao i utemeljenje geometrije kao matematičke discipline;
- razumijevanje strukturnih problema na kojima počiva geometrija;
- osposobljavanje učenika da uočavaju geometrijske probleme u svakodnevnom životu ili u drugim naukama i da nalaze modele za njihovo rješavanje;
- razvijanje kod učenika sposobnosti doživljaja geometrije kao opštepoznate vrijednosti koja prožima ne samo nauku već i umjetnost i društvenu stvarnost;
- osposobljavanje učenika da prepozna potrebe uvođenja matematičkog jezika i da ga koristi kao jedno od najuniverzalnijih sredstava komunikacije;

---

<sup>1,2</sup> Svi izrazi koji se u ovom materijalu koriste u muškom rodu obuhvataju iste izraze u ženskom rodu.

- razvijanje kod učenika svijesti o značaju saradnje i timskog rada na rješavanju problema;
- osposobljavanje učenika da koriste informaciono-komunikacionu tehnologiju;
- razvijanje kod učenika sposobnosti za sagledavanje geometrijskih figura u ravni, njihovih osobina i odnosa;
- razvijanje kod učenika sposobnosti za sagledavanje odnosa u prostoru i njihovog prikazivanja skicama, šemama ili slikama;
- razvijanje navike da se samostalno uči kako bi učenici bili osposobljeni za doživotno učenje;
- osposobljavanje učenika da koriste različite izvore znanja i da prezentuju svoja rješenja;
- osposobljavanje učenika za dalje školovanje;
- opšti ciljevi treba da budu realizovani kroz gradivo koje je dato putem operativnih ciljeva i sadržaja u narednom poglavlju.

#### **D. POVEZANOST SA DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA**

Kroz vezu predmeta Geometrija sa drugim predmetima i međupredmetnim temama iskazuje se svrha učenja geometrije i izgrađuju temeljne kompetencije učenika za primjenu znanja i vještina u različitim domenima svakodnevnog života. Sa dostignućima tehnologije pred matematikom su izazovi da obezbijedi alate za opis i analizu ideja u svim područjima ljudskih djelatnosti. Spregom geometrijskih i jezičko-komunikacijskih vještina, učenici kreativno i jasno izražavaju svoje ideje prilagođavajući se različitim zahtjevima i potrebama. Time se izgrađuje njihova socijalna pozicija, razvijaju kulturne i emocionalne vrijednosti u društvu. Razvijanjem prostornog shvatanja i vizuelnog sadržaja učenici sagledavaju okruženje i uočavaju njegovu estetsku komponentu. Međupredmetne oblasti/teme su obavezne u svim nastavnim predmetima i svi nastavnici su obavezni da ih ostvaruju.

Međupredmetne oblasti/teme su sadržaji koji omogućavaju da se u opšteobrazovni kurikulum uključe određeni ciljevi i sadržaji obrazovanja koji nijesu dio formalnih disciplina ili pojedinih predmeta, ili koji su po strukturi interdisciplinarni. Ovi sadržaji doprinose integrativnom pristupu opšteg obrazovanja i u većoj mjeri povezuju sadržaje pojedinih predmeta.

## E. OBRAZOVNO-VASPITNI ISHODI PREDMETA

### PRVI RAZRED

<b>Obrazovno-vaspitni ishod 1</b> <b>UVOD U GEOMETRIJU</b> <i>Na kraju učenja učenik će moći da razumije istorijski razvoj geometrije i posebno značaj Euklidovog petog postulata, i da primijeni sistem aksioma Euklidske geometrije pri rješavanju raznih problema.</i>
<b>Ishodi učenja</b> <i>Tokom učenja učenik će moći da:</i> <ul style="list-style-type: none"><li>– razlikuje induktivni i deduktivni metod zaključivanja i navede primjere za iste;</li><li>– zna istorijski razvoj geometrije i značaj petog (Euklidovog) postulata za njen razvoj;</li><li>– upozna polazne pojmove i prve dvije grupe aksioma apsolutne geometrije;</li><li>– primijeni prve dvije grupe aksioma za dokazivanje jednostavnijih tvrđenja i definisanje novih pojmova;</li><li>– upozna aksiome podudarnosti i aksiome neprekidnosti apsolutne geometrije, kao i Plejferovu aksiomu paralelnosti (Euklidske geometrije);</li><li>– primjeni sistem aksioma Euklidske geometrije na jednostavnije teoreme i nove pojmove.</li></ul>
<b>Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:</b>  <b>a) Sadržaji/pojmovi</b> Euklidov postulat; aksiome pripadanja; aksiome rasporeda; kolinearne i koplanarne tačke; mimoilazne prave; duž, poluprava, poluravan; ugao, trougao, poligonalna linija, mnogougao; konveksne i konkavne figure; povezan skup tačaka; orijentacija prave i ravni; neprekidnost; krug, sječica, tetiva; tangenta kruga; paralelnost pravih; ekvivalenti petog postulata; paralelnost ravni.  <b>b) Aktivnosti učenja</b> Učenici: <ul style="list-style-type: none"><li>– obnavljaju osnovne pojmove iz geometrije, kao što su kolinearne, koplanarne tačke, poluprave, poluravni, uglovi, mnogouglovi;</li><li>– uočavaju geometrijske objekte u svome okruženju;</li><li>– analiziraju osobine figura koje se obrađuju i donose zaključke uz pomoć nastavnika;</li><li>– daju primjere, slušaju instrukcije nastavnika, koriste i diskutuju u odjeljenju tačnost primjene aksioma Euklidske geometrije pri rješavanju raznih zadataka;</li><li>– rješavaju zadatke u ravni kojima se primjenjuje paralelnost pravih, kao i zadatke u prostoru uočavajući odnose pravih, odnose ravni i odnose pravih i ravni.</li></ul>
<b>a) Broj časova realizacije (okvirno): 11 časova.</b>
<b>Obrazovno-vaspitni ishod 2</b> <b>PODUDARNOST</b> <i>Na kraju učenja učenik će upotrijebiti osnovne relacije unutrašnjih uglova u trouglu kao i odnosa stranica i uglova kod trougla, stavove podudarnosti trouglova, značajne tačke trougla da bi dokazao osnovne osobine trapeza i paralelograma.</i>
<b>Ishodi učenja</b> <i>Tokom učenja učenik će moći da:</i> <ul style="list-style-type: none"><li>– usvoji pojam izometrijske transformacije prave i ravni i zna njihove osnovne osobine;</li><li>– razumije relaciju podudarnosti figura i posebno podudarnost duži i uglova;</li></ul>

- usvoji podjelu uglova na konveksne i konkavne kao i podjelu konveksnih uglova na oštre, prave i tupe;
- zna stavove podudarnosti trouglova i njihove dokaze;
- usvoji pojam transferzale, vrste uglova na transferzali i zna dokaz teoreme o transferzali paralelnih pravih;
- primjenjuje teoremu o transferzali paralelnih pravih na uglove sa normalnim i paralelnim kracima, na uočavanje odnosa spoljašnjeg ugla trougla sa njemu nesusjednim unutrašnjim uglovima, kao i na izračunavanje zbira unutrašnjih uglova trougla;
- zna osnovne nejednakosti koje važe u trouglu;
- usvoji klasifikaciju prostih četvorouglova;
- usvoji i zna da dokaže osnovnu teoremu o paralelogramima;
- zna posebne vrste paralelograma i njihove osobine;
- usvoji i zna da dokaže teoremu o srednjoj liniji trougla;
- primijeni usvojeno znanje na rješavanje problema;
- usvoji i zna da dokaže teoreme o značajnim tačkama u trouglu;
- primijeni usvojeno znanje na rješavanje problema.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi**

Izometrijske transformacije; koincidencija; invarijantna tačka (prava); središte duži; bisektrisa ugla; simetrala (medijatriza) duži; unakrsni uglovi; naporedni uglovi; komplementni i suplementni uglovi; saglasni, suprotni i naizmjenični uglovi; stavovi o podudarnosti trouglova; uglovi na transversali i teorema o transversali paralelnih pravih; osnovne nejednakosti u trouglu; trapezi, paralelogrami, deltoidi; romb, pravougaonik, kvadrat; srednja linija trapeza i njen odsječak između dijagonala; centar opisanog i centar upisanog kruga, ortocentar, težište; Ojlerov krug.

**a) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- rade zadatke sa ciljem da usvoje osnovne oblike i relacije figura u ravni i donose zaključke o njima;
- rade zadatke, prepoznaju i koriste teoreme o izometrijskim transformacijama pri rješavanju geometrijskih problema;
- vježbaju sami, uz sugestije ili nadzor nastavnika, razmjenjuju mišljenja sa drugim učenicima pri rješavanju geometrijskih problema primjenom teoreme o uglovima na transversali i osnovnim nejednakostima u trouglu;
- vježbaju sami i primjenjuju nastavnikove instrukcije o korišćenju stavova o podudarnosti trouglova u rješavanju geometrijskih zadataka;
- rade zadatke, razmjenjuju mišljenja i daju primjere u kojima koriste svojstva raznih vrsta četvorouglova, kao i teoremu o paralelogramu i srednjoj liniji trougla;
- rade zadatke i vježbaju samostalno, uz sugestije ili nadzor nastavnika kako bi konstruisali značajne tačke trougla i koristili teoreme o značajnim tačkama trougla pri rješavanju geometrijskih problema.

**b) Broj časova realizacije (okvirno): 21 čas.**

<p><b>Obrazovno-vaspitni ishod 3</b>  <b>VEKTORI</b>  <i>Na kraju učenja učenik će moći da primjenjuje osnovne operacije sa vektorima (sabira ih, oduzima ih i množi skalarom) i znanje o vektorima primjenjuje u rješavanju raznih geometrijskih problema.</i></p>
<p><b>Ishodi učenja</b>  <i>Tokom učenja učenik će moći da:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– usvoji definiciju vektora;</li> <li>– zna da sabira i oduzima vektore;</li> <li>– usvoji postupak množenja vektora realnim brojem;</li> <li>– primjenjuje Talesovu teoremu datu u vektorskom obliku;</li> <li>– usvoji pojam linearno zavisnih i nezavisnih vektora;</li> <li>– primijeni vektore u Euklidskoj geometriji.</li> </ul>
<p><b>Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda</b></p> <p><b>a) Sadržaji/pojmovi</b>  Pravac, smjer i intezitet vektora; nula vektor, suprotan vektor; kolinearni vektori; koplanarni vektori u prostoru; vektorski prostor; podjela duži u datom odnosu; Talesova teorema; Hamiltonova teorema; Ojlerova prava.</p> <p><b>b) Aktivnosti učenja</b>  Učenici:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– analiziraju i rješavaju zadatke koristeći geometrijski prikaz i osnovne operacije sa vektorima;</li> <li>– rješavaju razne geometrijske probleme primjenom pojma zavisnih i nezavisnih vektora;</li> <li>– znaju da prepoznaju u problemima ispunjenost uslova Talesove teoreme i primijene ovu teoremu.</li> </ul> <p><b>c) Broj časova realizacije (okvirno): 8 časova.</b></p>
<p><b>Obrazovno-vaspitni ishod 4</b>  <b>PRIMJENA PODUDARNOSTI NA KRUG. KONSTRUKCIJE FIGURA U RAVNI.</b>  <i>Na kraju učenja učenik će moći da primjenjuje i ispituje svojstva figura, kao i da konstruiše figure u ravni.</i></p>
<p><b>Ishodi učenja</b>  <i>Tokom učenja učenik će moći da:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– zna elemente kruga;</li> <li>– zna odnos kruga i prave u ravni;</li> <li>– zna odnos dva kruga u ravni;</li> <li>– usvoji pojmove centralni i periferni ugao u krugu;</li> <li>– zna i dokazuje teoremu o odnosu centralnog i perifernog ugla u krugu;</li> <li>– zna važne posljedice teoreme o odnosu centralnog i perifernog ugla;</li> <li>– primijeni teoremu o odnosu centralnog i perifernog ugla u krugu;</li> <li>– objasni pojmove tangenti i tetivni četvorougao;</li> <li>– zna teoreme o tangentnom i tetivnom četvorouglu;</li> <li>– primijeni teoreme o tangentnom i tetivnom četvorouglu;</li> <li>– upozna se sa značenjem geometrijske konstrukcije i fazama konstruktivnog zadatka.</li> </ul>
<p><b>Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda</b></p> <p><b>a) Sadržaji/pojmovi:</b></p>

Unutrašnja oblast kruga, kružna površ; centralno odstojanje tetive, dijametar; koncentrični krugovi; ugao između dva kruga koji se sijeku; ortogonalni krugovi; periferijski ugao nad prečnikom, periferijski uglovi nad istom tetivom; ugao između tangente i tetive kruga; skup tačaka iz kojih se data duž vidi pod datim uglom; tangentne duži; Mikelova tačka; Simsonova prava; konstrukcije trougla, četvorougla i kruga po zadatim elementima.

#### **b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- razlikuju centralni i periferijski ugao kruga i razne geometrijske probleme rješavaju primjenom teoreme o odnosu centralnog i periferijskog ugla kruga, kao i odgovarajućim posljedicama ove teoreme;
- rješavaju razne geometrijske probleme primjenom teorema o tangentom i tetivnom četvorouglu;
- konstruišu trougao, četvorougla i krug.

**a) Broj časova realizacije (okvirno): 11 časova.**

#### **Obrazovno-vaspitni ishod 5**

##### **IZOMETRIJSKE TRANSFORMACIJE U RAVNI**

*Na kraju učenja učenik će moći da klasifikuje izometrijske transformacije u ravni, kao i da ih primjenjuje pri rješavanju raznih geometrijskih problema.*

#### **Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- upozna vrste izometrijskih transformacija u ravni;
- zna osnovne osobine svake od njih;
- usvoji pojmove direktne i indirektno izometrijske transformacije;
- zna transmutaciju svake od izometrijskih transformacija;
- razumije kada je ravna figura osnosimetrična a kada centralnosimetrična;
- usvoji i zna dokaz teoreme o predstavljanju izometrijskih transformacija ravni kao kompozicije najviše tri osne simetrije;
- zna klasifikaciju izometrijskih transformacija;
- primijeni izometrijske transformacije na dokazivanje svojstava geometrijskih figura;
- primijeni izometrijske transformacije na konstruktivne zadatke.

#### **Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda**

##### **a) Sadržaji/pojmovi**

Osna refleksija (simetrija), centralna rotacija, centralna simetrija, translacija, klizajuća refleksija; - pramenovi pravih u ravni; teorema o predstavljanju izometrijskih transformacija preko osnih simetrija; teorema o klasifikaciji izometrijskih transformacija.

##### **a) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- klasifikuju izometrijske transformacije i daju primjere simetričnih figura;
- rješavanju razne geometrijske probleme primjenom odgovarajuće izometrijske transformacije;
- rješavaju konstruktivne probleme primjenom osobina izometrijskih transformacija.

**b) Broj časova realizacije (okvirno): 16 časova.**



**Obrazovno-vaspitni ishod 6****HOMOTETIJA I SLIČNOST**

*Na kraju učenja učenik će moći da primijeni znanja o homotetiji i sličnosti, kao i stavove o sličnosti trouglova na rješavanje raznih geometrijskih zadataka.*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- upozna mjeru duži kao preslikavanje skupa duži na skup pozitivnih realnih brojeva;
- upozna pojam razmjere duži;
- zna važne posljedice Talesove teoreme koje se odnose na razmjere duži;
- upozna se i usvoji pojmove dvorazmjere i harmonijski spregnute četvorke tačaka;
- primijeni Talesovu teoremu i njene posljedice na konstruisanje podjele duži u datom odnosu;
- usvoji definiciju homotetije;
- zna i razumije osnovne osobine homotetije;
- primijeni homotetiju na rješavanje zadataka i problema;
- upozna pojam transformacije sličnosti;
- razumije osobine transformacija sličnosti;
- usvoji predstavljanje transformacija sličnosti kao kompozicije jedne homotetije i jedne izometrije;
- zna stavove sličnosti trouglova;
- primijeni sličnost na rješavanje zadataka i problema;
- primijeni sličnost na konstruktivne zadatke;
- primjenjuje sličnost na krug;
- rješava zadatke i probleme primjenom potencije tačke u odnosu na krug.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda****a) Sadržaji/pojmovi:**

Homotetija i njena svojstva; transformacije sličnosti i njihova svojstva; Čevijeva teorema; Menelajeva teorema; Pitagorina teorema; Ptolomejeva teorema; Stjuartova teorema; potencija tačke u odnosu na krug; radikalna osa krugova; podjela duži po zlatnom presjeku; Apolonijev krug.

**a) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- konstruišu homotetične figure;
- primjenjuju homotetiju, transformaciju sličnosti i Apolonijev krug na konstruktivne zadatke;
- rješavaju zadatke primjenom Čevijeve, Menelajove, Ptolomejeve i Stjuartove teoreme;
- rješavaju geometrijske probleme primjenom stavova o sličnosti trouglova;
- koriste znanja o primjeni sličnosti na pravougli trougao i potenciji tačke u odnosu na krug pri rješavanju zadataka.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 16 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 7****INVERZIJA**

*Na kraju učenja učenik će moći da prepozna i primijeni svojstva inverzije pri rješavanju raznih geometrijskih problema.*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- upozna definiciju pojma inverzije;
- usvaja osnovne osobine inverzije;
- zna i razumije osnovne teoreme o inverziji;
- primjenjuje inverziju na rješavanje problema.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda****a) Sadržaji/pojmovi:**

- pojam inverzije;
- slike pravih i krugova pri inverziji;
- Apolonijevi problemi o dodiru krugova.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- konstruišu slike (u inverziji) zadatih figura;
- rješavaju zadatke i probleme koristeći svojstva inverzije.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 3 časa.****DRUGI RAZRED****Obrazovno-vaspitni ishod 1****TRIGONOMETRIJA**

*Na kraju učenja učenik će moći da osnovna znanja o trigonometrijskim funkcijama primijeni na crtanju grafika f-ja*

$$y = a \sin ( bx + \beta ) + d \text{ i } y = a \cos ( bx + \theta ) + d$$

*i rješavanju praktičnih zadataka.*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- objasni osnovne trigonometrijske funkcije oštrog ugla pravougloga trougla;
- zna vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih oštarih uglova;
- zna osnovne trigonometrijske identitete;
- primijeni trigonometrijske funkcije u planimetriji;
- mjeri uglove radijanima;
- objasni pojam trigonometrijske kružnice;
- predstavi proizvoljni ugao na trigonometrijskoj kružnici; definiše trigonometrijsku funkciju proizvoljno zadatog ugla;
- svodi trigonometrijske funkcije proizvoljnog ugla na vrijednost trigonometrijske funkcije oštrog ugla;
- zna periode trigonometrijskih funkcija;
- zna da primijeni trigonometrijske funkcije pri rješavanju raznih geometrijskih zadataka;
- primijeni adicione formule, formule za računanje trigonometrijskih funkcija;

- dvostrukoga ugla i polovine ugla;
- transformiše zbir trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto;
- zna inverzne trigonometrijske f-je;
- zna da rješava trigonometrijske jednačine i nejednačine;
- zna grafike i svojstva osnovnih trigonometrijskih funkcija;
- zna da nacrtat grafike funkcija oblika  $y = \sin(ax + b) + d$ ,  $y = \cos(ax + b) + d$ ;
- zna da primijeni sinusnu i kosinusnu teoremu.

### Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

#### a) Sadržaji/pojmovi

Trigonometrijske funkcije; svodenje trigonometrijskih funkcija na vrijednost funkcije oštrog ugla; izračunavanje vrijednosti raznih trigonometrijskih funkcija ako je zadana vrijednost jedne od njih; periodičnost; znak trigonometrijskih f-ja; adicione formule; trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i polovine ugla; transformisanje zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto; inverzne funkcije za trigonometrijske f-je i njihove transformacije; trigonometrijske jednačine i nejednačine; grafici trigonometrijskih funkcija; sinusna i kosinusna teorema; formule za računanje površine trougla; izračunavanje površine ravnih figura (pravougaonika, trapeza, paralelograma, kruga itd).

#### b) Aktivnosti učenja:

Učenici:

- izvode i koriste vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih posebnih uglova;
- primjenjuju i kombinuju osnovne trigonometrijske identitete;
- primjenjuju definicije trigonometrijskih funkcija pri rješavanju problema u planimetriji;
- crtaju grafike osnovnih trigonometrijskih funkcija i na osnovu grafika prepoznaju svojstva odgovarajućih funkcija;
- rješavaju jednostavne računске zadatke s ciljem da usvoje trigonometrijske formule i prepoznaju situacije u kojima se one mogu primijeniti;
- primjenjuju trigonometrijske formule pri rješavanju trougla i uočavaju praktičnu primjenljivost trigonometrije (odrediti visinu dimnjaka, drveta i sl.);
- primjenjuju Heronov obrazac i formule za računanje površine trougla:

$$p = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2}$$

$$P = rs,$$

$$P = \frac{abc}{4R}$$

c) Broj časova realizacije (okvirno): 43 časa.

### Obrazovno-vaspitni ishod 2

#### UVOD U STEREOMETRIJU

*Na kraju učenja učenik će moći da relaciju normalnosti pravih i ravni koristi pri rješavanju raznih problema u prostoru.*

#### Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- usvoji i primjenjuje pojam normalnost pravih i ravni, normalnosti ravni, kao i osnovna svojstva ovih pojmova;
- usvoji pojam diedra i roglja;
- usvoji pojam poliedra i pravilnih poliedara.

### Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

#### a) Sadržaji/pojmovi:

Normalnost prave i ravni; Košijeva teorema; jedinstvenost normale iz tačke na ravan i teorema o trima normalama; normalnost ravni; diedar i rogalj; poliedri i pravilni poliedri.

#### **b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- daju primjere, slušaju instrukcije nastavnika, koriste i diskutuju u odjeljenju tačnost primjene osnovnih tvrđenja o normalnosti pravih i ravni;
- vježbaju sami, uz sugestije ili nadzor nastavnika, razmjenjuju mišljenja sa drugim učenicima i primjenjuju svojstva: diedra, roglja, i pravilnih poliedara pri rješavanju raznih geometrijskih problema.

#### **c) Broj časova realizacije (okvirno): 8 časova.**

#### **Obrazovno-vaspiti ishod 3**

#### **STEREOMETRIJA**

**Na kraju učenja učenik će moći da nacрта geometrijska tijela i koristeći znanja iz planimetrije, izračuna površine i zapremine rogljastih i oblih tijela.**

#### **Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- usvoji pojam prizme i izračuna površinu prizme;
- usvoji pojam piramide i izračuna površinu piramide;
- računa zapreminu prizme;
- razumije Kavalijerijev princip i skicu postupka kojim se izvodi formula za zapreminu piramide;
- usvoji pojam zarubljene piramide i postupak za računanje njene površine i zapremine;
- usvoji pojam valjka i izračuna površinu i zapreminu valjka;
- usvoji pojam kupe i izračuna površinu i zapreminu kupe;
- usvoji pojam zarubljene kupe i izračuna površinu i zapreminu zarubljene kupe;
- usvoji pojam sfere i lopte; pojam kalote, loptinog odsječka i loptinoga sloja;
- izračuna površinu sfere i kalote;
- izračuna zapreminu lopte i loptinog odsječka;
- zna kada se lopta može upisati i opisati u i oko poliedara i obrtnih tijela.

#### **Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitaog ishoda**

#### **a) Sadržaji/pojmovi:**

Prizma; piramida i zarubljena piramida; valjak; kupa i zarubljena kupa; sfera i lopta i njihovi djelovi; upisana i opisana lopta oko poliedara i obrtnih tijela.

#### **b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- rade zadatke sa ciljem da usvoje osnovne prostorne oblike i relacije i upoznaju osobine tijela koja se obrađuju u ovoj temi
- računaju površine i zapremine rogljastih i oblih tijela;
- primjenjuju znanja iz stereometrije u rješavanju praktičnih zadataka

#### **c ) Broj časova realizacije (okvirno): 35 časova.**

## **F. DIDAKTIČKE PREPORUKE ZA REALIZACIJU PREDMETA**

Nastava geometrije ima mnogo zajedničkog sa nastavom ostalih oblasti matematike kao i matematike kao jedinstvenog predmeta, ali ima i neke svoje specifičnosti. Geometrija kao matematička disciplina sadrži mnogo više vizuelnih nego računskih elemenata. Usljed toga posebna pažnja nastavnika treba da bude posvećena nastavi u prvom razredu. Naime, gradivo je uglavnom „teorijskog“ oblika, tj. veoma malo je računskih i pravolinijskih zadataka. Zadaci su najčešće tipa teorema, odnosno formulisani su često jezikom koji za taj uzrast u nekoj mjeri djeluje abstraktno i ovim zadacima se obično ne zahtijeva da se nešto izračuna, već da se nešto dokaže. Kako učenici u osnovnoj školi uglavnom ne praktikuju takve zadatke, izuzev kada se pripremaju za takmičenja, pred nastavnikom je izazov da učenicima približi ovakav način razmišljanja i uvede u rješavanje zadataka ovog tipa, da se ne bi udaljili, kada je u pitanju interesovanje, od geometrije.

Smatramo da je heruističko-deduktivni pristup najprikladniji. To znači da nastavnik vodi učenike do rješenja koristeći se analogijama, graničnim slučajevima, preformulisanjem i pojašnjavanjem uslova i zahtjeva, ostavljanjem učenicima da sami završe zadatak kada im je ukazano na glavnu ideju i tako dalje. Takođe, učenicima treba objašnjavati šta je motivacija uvođenja nekog pojma ili neke teoreme.

Kako smo već istakli, zadaci u prvom razredu uglavnom imaju formu tvrđenja, to jest potrebno je nešto dokazati. Samim tim se kao zadatak postavlja obučavanje učenika dokazivanju.

Dokazivanje teorema ima svoje specifičnosti i u literaturi koja se bavi ovom problematikom naglašava se važnost sljedećih postupaka:

- učenici najprije sa nastavnikom analiziraju gotove dokaze kako bi im bili jasni svi koraci kao i neophodnost istih;
- znaju da ponove već gotove dokaze;
- samostalno dokazuju teoreme ili opovrgavaju tvrđenja nalazeći kontraprimjere ili, pak, opovrgavaju „dokaze“ nalazeći u njima greške.

Ove preporuke ne treba shvatiti kao da su sami cilj geometrije već da ih tokom nastave geometrije treba imati u vidu i raditi na njima.

S druge strane veliki broj zadataka iz stereometrije zahtijeva dobro sagledavanje prostora što nije sposobnost koju imaju svi učenici. Stoga bi nastavnik u cilju poboljšavanja učeničkog sagledavanja prostornih figura trebao da koristi neki od za to predviđenih softvera. Paralelno sa tim, nastavnik bi trebao nastojati da učenici pokušavaju samostalno da uočavaju i predstavljaju odnose osnovnih objekata u prostoru.

## **G. PRILAGOĐAVANJE PROGRAMA DJECI S POSEBNIM OBRAZOVNIM POTREBAMA I NADARENIM UČENICIMA**

### **a) Prilagođavanje programa djeci s posebnim obrazovnim potrebama**

Zakon o vaspitanju i obrazovanju djece s posebnim obrazovnim potrebama, članom 12 definiše način prilagođavanja nastave i učenja učenicima sa posebnim obrazovnim potrebama koji se školuju po Programu uz obezbjeđivanje dodatnih uslova, pomagala i stručne pomoći u gimnazijskom obrazovanju.

U zavisnosti od smetnji i teškoća u razvoju, sposobnosti i potreba učenika, individualni program omogućava mijenjanje, prilagođavanje i individualizaciju metodike kojom se sadržaji realizuju.

Primjer: za učenika bez ostatka vida, škola treba da u saradnji s Resursnim centrom Podgorica obezbijedi udžbenike na Brajevom pismu, elektronske udžbenike, omogući siguran i bezbjedan prostor, bez barijera i sl.

#### **b) Prilagođavanje programa nadarenim učenicima**

Prema Strategiji za razvoj i podršku darovitim učenicima (2015-2019), predviđen je specifični cilj: „Omogućiti obogaćivanje kurikuluma kao jedan od modela podsticanja darovitosti u školi.”

Za darovite učenike nastavnik prilagođava program na način što u okviru redovnog programa bira zadatke i sadržaje koji će produbiti i proširiti njihovo znanje.

Navedeno nastavnik može da realizuje tako što će darovitim učenicima koji pokazuju sklonost ka učenju geometrije u okviru redovne i dodatne nastave, predložiti:

- rješavanje odabranih zadataka iz programa koji se uči po nastavnom programu razreda koji učenici pohađaju;
- pripremu i prezentovanje zanimljivih zadataka i priča o matematičarima iz tema koje se nalaze u programima geometrije prethodnih razreda i razreda koji učenici pohađaju;
- grupni rad darovitih učenika;
- male istraživačke projekte.

Sve navedeno učenici treba da demonstriraju na nivou svog odjeljenja ili svih odjeljenja istog ili više razreda.

## **H. VREDNOVANJE OBRAZOVNO-VASPITNIH ISHODA**

### **Elementi praćenja učenika u nastavi**

Vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda je važna komponenta nastave geometrije i ono se mora kontinuirano sprovoditi u toku izvođenja nastave.

Vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda obuhvata:

- poštovanje i povjerenje između učenika i nastavnika;
- individualnost;
- permanentnost;
- utvrđivanje i sticanje novih znanja kroz aktivnost učenika u nastavnom procesu;
- podsticanje radoznalosti učenika i njegov osjećaj napredovanja;
- motivisanje učenika za učenje geometrije kroz razvijanje i osposobljavanje učenika za samoučenje;
- provjeru znanja i vještina;
- ocjenjivanje;
- upoznavanje učenika i roditelja sa postignućem učenika.

Tokom nastave nastavnik treba da izgradi poštovanje i povjerenje između sebe i učenika. Ovo se posebno odnosi kada se sprovode aktivnosti koje se odnose na vrednovanja obrazovno-vaspitnih ishoda. U toku ovih aktivnosti nastavnik treba da gradi takav odnos i atmosferu u kojoj se učenik neće osjećati kao neko kome se sudi i presuđuje, a nastavnik doživljava kao suprotstavljena strana, koji je tu samo da utvrdi znanje i zabeleži ocjenu. Uvijek treba izbjegavati stresne situacije i stanja.

Individualnost u vrednovanju obrazovno-vaspitnih ishoda podrazumjeva da se vrednovanje sprovodi individualno, posebno za svakog učenika, uzimajući u obzir njegove mogućnosti (sposobnosti), zainteresovanost za rad i sticanje znanja i vještina, trud koji ulaže pri učenju, uslove u kojima uči, znanje koje je postigao i vještine kojima je ovladao.

Permanenost podrazumijeva kontinuirano praćenje rada i napredovanja svakog učenika posebno i njegovo motivisanje za učenje geometrije.

Vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda ne treba da se svodi samo na puku provjeru znanja učenika, nego ga treba osmisliti tako da nastavnik u toku provjere sa učenikom utvrđuje nivo pređenog gradiva, razjasni pojmove i dileme koje učenik ima u okviru pojedinih tema, učenik postavlja pitanja koja se tiču sticanje novih znanja, tj. produbljuje svoje znanje.

Podsticanje radoznalosti učenika i njegov osjećaj napredovanja u sticanju znanja i vještina su posebni izazovi sa kojima se susreću nastavnici u procesu nastave. Oni su od presudnog značaja za postizanje dobrih rezultata učenika i u direktnoj vezi su sa i samoučenjem i motivisanjem učenika za učenje Geometrije.

Provjera znanja i vještina učenika se postiže kroz usmeno ispitivanje učenika i pismenu provjeru znanja. Pismena provjera znanja se sprovodi kroz domaće zadatke, kontrolne vježbe, pismene zadatke itd.

Ocjenjivanje, koje rezultira opisnom ili brojčanom ocjenom, treba da bude rezultat svih elemenata koji se javljaju u vrednovanje u obrazovno-vaspitnih ishoda. Dakle, krajnja ocjena, koja je reprezent vrednovanja obrazovno-vaspitnih ishoda učenika svakog učenika pojedinačno, ne treba da bude puka aritmetička sredina provjere znanja učenika, nego mora da sadrži i druge elemente vrednovanja obrazovno-vaspitnih ishoda, tj. treba da predstavlja neku vrstu „pedagoške sredine“ koja pokazuje ukupno postignuće učenika.

Ocjenjivanje treba da bude javno tako da svaki učenik i njegovi roditelji, ne samo da treba da znaju ocjenu koju je učenik dobio, nego treba da budu upoznati i sa napredovanjem i svim nedostacima koje učenik ima u procesu učenja geometrije.

Konkretno, u cilju objektivnijeg i efikasnijeg ocjenjivanja potrebno je da nastavnici na nivou stručnog aktiva ishoda učenja razvrstaju na minimalne ishode, osnovne ishode i napredne ishode.

Učenici koji ovladaju znanjima koja odgovaraju minimalnim ishodima učenja treba da budu ocijenjeni sa prelaznom ocjenom dovoljan 2. Većina učenika treba da teži sticanju znanja koja su navedena u

okviru osnovnih ishoda, pa i nastava treba da bude koncipirana tako da se ovaj cilj ostvari, a učenici budu ocijenjeni sa ocjenama dobar 3 ili vrlo dobar 4. Učenik će zaslužiti najveću ocjenu ukoliko usvoji znanja koja nalažu napredni ishodi – odličan 5.

Na kraju prvog razreda učenici će znati:

- historijski razvoj geometrije i posebno značaj Euklidovog petog postulata;
- sistem aksioma apsolutne geometrije i Plejferovu aksiomu paralelnosti;
- osnovne relacije unutrašnjih uglova u trouglu kao odnosa stranica i uglova kod trougla;
- stavove podudarnosti trouglova;
- koje su značajne tačke trougla i kako se dobijaju;
- osnovne osobine trapeza i paralelograma;
- osnovne osobine tangenčnih i tetivnih četvorouglova;
- definiciju i osobine izometrijskih transformacija ravni;
- klasifikaciju izometrijskih transformacija ravni;
- osobine homotetije i transformacija sličnosti;
- Talesovu teoremu;
- stavove sličnosti trouglova – da dokazuju teoreme čije dokaze su učili na časovima;
- da primijene znanja o geometrijskim figurama u ravni na jednostavnije probleme;
- da izvode konstrukcije trougla po zadatim elementima;
- da preslikavaju ravne figure koristeći izometrijske transformacije, homotetiju i inverziju;
- da primjenjuju vektore za dokazivanje jednostavnijih planimetrijskih relacija;
- Pitagorinu teoremu;
- uglove u krugu i njihov odnos;
- definiciju i osnovne osobine potencije tačke u odnosu na krug kao i radikalnu osu krugova;
- definiciju i osnovne osobine inverzije;

Učenici će na kraju drugog razreda moći:

- da rješavaju pravougli trougao primjenom definicije trigonometrijskih funkcija;
- da rješavaju proizvoljan trougao primjenom sinusne i kosinusne teoreme;
- da nalaze nepoznate elemente ravnih i prostornih figura primjenom Pitagorine teoreme i trigonometrijskih funkcija;
- da znaju opštu definiciju trigonometrijskih funkcija i osnovne relacije između njih;
- znaju i koriste adicione formule;
- znaju i koriste trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i polovine ugla;
- pretvaraju zbir u proizvod i proizvod u zbir trigonometrijskih funkcija;
- da rješavaju trigonometrijske jednačine i nejednačine;
- znaju i koriste sinusnu i kosinusnu teoremu;
- da skiciraju grafike trigonometrijskih funkcija;
- znaju definiciju diedra, triedra i roglja;
- znaju i koriste kriterijume za normalnost prave i ravni, normalnosti i paralelnosti dvije ravni;
- znaju pojam ugla između mimoilaznih pravih;
- znaju i koriste osnovne formule za izračunavanje površine trougla, trapeza i paralelograma;
- da računaju površinu i zapreminu prizme, piramide i zarubljene piramide;
- da računaju površinu kruga i njegovih djelova;
- znaju i koriste osnovne formule za izračunavanje površine i zapremine valjka, kupe, zarubljene kupe i lopte.



Znanje učenika nastavnici provjeravaju stalnim propitivanjem kako bi dijagnostikovali probleme koje učenici imaju i radili na njihovom otklanjanju. Usmenim ispitivanjem i kontrolnim vježbama nastavnici konstatuju znanje učenika u trenutku ispitivanja i ocjenjuju učenika. Učenici rade i četiri dvočasovna pismena zadatka. Na jednom pismenom zadatku po pravilu se zadaju četiri zadatka iz gradiva koje obuhvata period od prethodnog pismenog zadatka do aktuelnog pismenog zadatka, osim naravno prvog pismenog zadatka. Zadaci treba da pokriju ne samo gradivo već i da budu na različitim nivoima zahtjevnosti – od poznavanja osnovnih činjenica do složenih problema.

Konačnu ocjenu nastavnik izvodi kao sumu (sumativno ocjenjivanje) cjelokupnog učenikovog znanja na kraju školske godine, njegovog zalaganja i prethodnih ocjena

Kriterijumi ocjenjivanja izvode se iz ishoda programa i govore nam šta se očekuje od učenika da zna, razumije i/ili je sposoban da pokaže i uradi za određenu ocjenu. U našim školama počev od trećeg razreda za vrednovanje obrazovno-vaspitnih postignuća učenika koristi se numerička skala od 1 do 5. U pojedinim domenima moguće je relativno precizno dati kriterijume vrednovanja ponašanja/aktivnosti učenika.

Na primjer, aktivnost učenika i njegov rad na času:

<b>dovoljan 2</b>	Učenik se rijetko javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, zna manji dio svojstava, samostalno ne zaključuje i ne uočava uzročno-posljedične veze.
<b>dobar 3</b>	Učenik se javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, zna određeni dio svojstava i saopštava ih, nije samostalan u zaključivanju i ne uočava uzročno-posljedične veze.
<b>vrlo dobar 4</b>	Učenik se redovno javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, dobro vlada činjenicama, ali nije uvijek samostalan pri izvođenju zaključaka ili uočavanja uzročno-posljedičnih veza.
<b>odličan 5</b>	Učenik se redovno javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, uspješno vlada činjenicama, samostalan je pri izvođenju zaključaka ili uočavanja uzročno-posljedičnih veza.

Za domaće zadatke, izradu pismenih i kontrolnih zadataka, prezentacija i sl.

<b>dovoljan 2</b>	Samo po neki zadatak ima tačno rješenje, veći dio rješenja zadataka su nepotpuna, netačna i nepregledna, prezentacija je kratka sa malo sadržaja i djelimično daje odgovor na postavljeni zadatak.
<b>dobar 3</b>	Većina zadataka je riješena, provjere nijesu u potpunosti urađene, a zaključci su prisutni u manjoj mjeri, prezentacija je adekvatna sa odgovarajućom sadržinom, a zaključci nijesu potpuni.

<b>vrlo dobar 4</b>	Rješenja zadataka su skoro uvijek pregledna i tačna, provjera je urađena i zaključci su uglavnom jasno izvedeni, prezentacija je cjelovita sa uglavnom jasno izvedenim zaključcima.
<b>odličan 5</b>	Rješenja zadataka su pregledna i tačna, provjera je urađena i zaključci su jasno izvedeni, prezentacija je cjelovita sa jasno izvedenim zaključcima i uopštenim rješenjima.

Domaći zadaci po obimu, sadržaju, težini i zanimljivosti treba da budu takvi da se, po pravilu, mogu uraditi za vrijeme od 20 do 30 minuta. Za domaći rad treba davati zadatke preko kojih se utvrđuje, ponavlja, povezuje, sistematizuje i produbljuje nastavno gradivo.

## I. USLOVI ZA REALIZACIJU PREDMETA

### a) Resursi za realizaciju predmetnog programa

Osim standardnih nastavnih sredstava, kao što su lenjir i šestar, u učionici bi trebalo da se nalazi (ili da bude stalno dostupan nastavniku) računar povezan sa projektorom.

Od literature potrebno je imati odgovarajuće udžbenike i zbirke zadataka. Smatramo da je za prvi razred sasvim dobar udžbenik *Geometrija za prvi razred matematičke gimnazije sa zbirkom zadataka* autora Milana Mitrovića, mr Srđana Ognjanovića, mr Mihajla Veljkovića, Ljubinke Petrović i Nenada Lazarevića. Za drugi razred predlažemo sljedeće udžbenike: Trigonometrija (udžbenik sa zbirkom zadataka) autora Đorđa Dugošije, Živorada Ivanovića i Stereometrija (udžbenik sa zbirkom zadataka) autora Srđana Ognjanovića i Živorada Ivanovića. Udžbenici su dostupani na internetu. Preporučujemo da nastavnik povremeno koristi i druge izvore znanja (osim preporučenih udžbenika), u tu svrhu je i na internetu dostupno dosta referentnog materijala, naročito za rad sa naprednim učenicima.

### b) Profil i stručna sprema nastavnika

Nastavu može da realizuje profesor matematike, profesor matematike i informatike, diplomirani matematičar ili osoba koja je završila Prirodno-matematički fakultet odnosno Matematički fakultet u trajanju od najmanje četiri godine i da je tokom studija imala odgovarajući ispit iz geometrije.

Predmetni program GEOMETRIJA za I i II razred matematičke gimnazije izradila je Komisija u sastavu: Prof. dr Svjetlana Terzić, predsjednica  
Marija Mićović, profesor matematike, članica

U izradi Predmetnog programa korišćen je prethodno važeći Predmetni program za geometriju kao i predmetni programi matematike srednjih stručnih škola autora prof. dr Žarko Pavićević, Nataša Vlahović, Lidija Lalević, Božidar Šćepanović (D, G, H).

Pored naših, u izradi Predmetnog programa konsultovani su i predmetni programi iz država u regionu: Slovenija, Hrvatska, Bosna i Hercegovina i Srbija.

Nacionalni savjet za obrazovanje na sjednici održanoj 23. jula 2020. godine, utvrdio je **Predmetni program GEOMETRIJA** za I i II razred matematičke gimnazije.