



CRNA GORA  
ZAVOD ZA ŠKOLSTVO

# OPŠTA GIMNAZIJA

Predmetni program

**MATEMATIKA**

I, II, III i IV razred

Podgorica

2020.

## SADRŽAJ

A. NAZIV PREDMETA.....	3
MATEMATIKA .....	3
B. ODREĐENJE PREDMETA .....	3
C. CILJEVI PREDMETA .....	4
D. POVEZANOST SA DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA.....	5
E. OBRAZOVNO-VASPITNI ISHODI PREDMETA.....	5
I razred.....	5
II razred.....	13
III razred.....	18
IV razred.....	22
F. DIDAKTIČKE PREPORUKE ZA REALIZACIJU PREDMETA .....	26
G. PRILAGOĐAVANJE PROGRAMA DJECI SA POSEBNIM OBRAZOVNIM POTREBAMA I NADARENIM UČENICIMA.....	34
H. VREDNOVANJE OBRAZOVNO-VASPITNIH ISHODA .....	35
E. USLOVI ZA REALIZACIJU PREDMETA.....	48

## A. NAZIV PREDMETA

### MATEMATIKA

## B. ODREĐENJE PREDMETA

Matematika je nauka o kvantitativnim odnosima i prostornim oblicima realnog svijeta i najrazličitijim apstraktnim misaonim formama. U početku je nastala kao čovjekova potreba da se riješe neki praktični zadaci. Kasnije matematika svoj razvoj vezuje za razvoj ljudske civilizacije koji je pred matematiku postavljao nove, složenije zadatke, čije je rješavanje tražilo viši stepen apstrahovanja i logičkog mišljenja i zaključivanja.

Da bi se riješili mnogi praktični problemi i problemi drugih nauka, i da bi dala odgovor na mnoga otvorena čisto matematička pitanja, stvoreni su specifični matematički jezik, matematički formalizam, kolekcije matematičkih pojmova i struktura i razrađeni su matematički metodi i razvile mnoge matematičke discipline.

Burni razvoj matematike u posljednjih pedesetak godina doveo je do toga da skoro i da nema oblasti ljudskog rada i stvaralaštva gdje se ne koriste aparat i dostignuća matematičke nauke. Zbog toga ova nauka ima opštecivilizacijski karakter, a rezultati matematičara odavno su zajednička tekovina svih naroda i kultura.

Na razvoj ljudskog društva matematika utiče ne samo rezultatima koji se primjenjuju u rješavanju mnogih praktičnih zadataka i konkretnih problema, nego i kroz uticaj na intelektualni i duhovni razvoj svakog pojedinca, njegovo znanje i vještine, na izgrađivanje njegovih kulturnih, etičkih, estetskih i radnih navika i sposobnosti. Zbog toga je matematika našla mjesto u svim obrazovnim sistemima, izučavala se u školama antičke Grčke, srednjovjekovnim školama i školama novog doba.

Na 19. međunarodnoj *konferenciji o obrazovanju* u Ženevi, koja je održana 1956. godine pod pokroviteljstvom UNESCO-a, istaknuto je: „Matematika i njoj svojstven stil mišljenja moraju se razmatrati kao suštinski element opšte kulture savremenog čovjeka, čak i onda kada se on ne bavi poslovima iz oblasti preciznih nauka ili tehnike; obučavanje u matematici, tijesno povezano sa obučavanjem u drugim oblastima, treba učenike<sup>1</sup> da dovede do razumijevanja uloge koju matematika igra u naučnoj i filozofskoj koncepciji savremenog svijeta“.

Matematika je, danas, značajan opšteobrazovni predmet pred kojim su brojni obrazovno-informativni i vaspitni zadaci.

Kako se vidi iz tabele, matematika se izučava u svim razredima opšte gimnazije.

Razred	Sedmični broj časova	Ukupni broj časova	Obavezni dio (80–85%)	Otvoreni dio (15 do 20%)	Teorijska nastava (TN)	Vježbe i ostali vidovi
I	4	144	120	24	48	72
II	4	144	120	24	48	72
III	4	144	120	24	48	72
IV	4	132	110	22	46	64

<sup>1</sup> Svi izrazi koji se u ovom materijalu koriste u muškom rodu obuhvataju iste izraze u ženskom rodu.

**Napomena 1:** Predloženi fond časova za teoretsku nastavu (kada se uvode novi pojmovi i sadržaji) i ostale vidove nastave su orijentaciono dati i oni mogu da budu veći ili manji za nekoliko časova.

## C. CILJEVI PREDMETA

Ciljevi nastave matematika ostvaruju se kroz **realizaciju i dostizanje sazajnih i procesnih ciljeve**. Sazajni ciljevi obuhvataju znanja koja će učenik/učenica steći kroz usvajanje matematičkih sadržaja datih u programima, dok procesni ciljevi obuhvataju vještne i vrijednosti koje se razvijaju tokom i u procesu učenja.

Kroz sazajne ciljeve učenik treba da:

- usvoji matematička znanja koja čine temelj savremenog opšteg obrazovanja;
- usvoji matematička znanja koja su mu potrebna za dalje školovanje;
- razvija sposobnosti logičkoga, kritičkoga i apstraktnoga mišljenja;
- razvija sposobnost argumentovanja, zaključivanja i generalizovanja;
- izgradi potrebu za sticanjem novih znanja;
- korišćenjem matematičkih znanja razumije neke pojave u životnom okruženju;
- razvije sposobnost formulisanja problema;
- izgradi vještine za rješavanje problema;
- stekne inovativnost i kreativno mišljenje;
- shvate suštinu i snagu matematičkih teorija i metoda.

Kroz procesne ciljeve učenici treba da:

- stiču sposobnost logičkog mišljenja, zaključivanja i generaliziranja i matematičkog dokazivanja;
- usvoje osnovna znanja: o skupovima, iz algebre, geometrije, kombinatorike, vjerovatnoće, statistike i teorije nizova i funkcija;
- ovladaju tehnikom računanja;
- razumiju matematička pravila i tvrđenja;
- usvoje matematičku simboliku;
- razumiju matematički jezik;
- razviju sposobnost matematičkog dokazivanja;
- se osposobe da koriste matematičku literaturu;
- ovladaju tehnikama matematičkog modeliranja pri rješavanju praktičnih zadataka.
- razvijaju vještine interpretacije podataka prikazanih dijagramima, tabelama ili grafikonima različitih vrsta;
- nauče kako se rukuje geometrijskim priborom i mjernim instrumentima;
- ovladaju korišćenjaem kalkulatora i nekim od matematičkih kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0, GeoGebra ...);
- razviju sposobnost prepoznavanja situacija u kojima se mogu primijeniti matematička znanja;
- izgrade radne navike;
- razviju potrebu i osjećaj za timski rad;
- razviju kulturne, etičke i estetske vrijednosti.

## D. POVEZANOST SA DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA

Zahvaljujući dostignućima matematike, njenim idejama, teorijama, tehnikama i aparatu, došlo je do burnog razvoja svih područja ljudskog rada i stvaralaštva.

Matematika i matematički način mišljenja inkorporirani su u sve predmete iz prirodne i društvene grupe, preko aritmetičko-algebarskih i geometrijskih sadržaja i/ili preko obrade i prikazivanja statističkih podataka. Otuda, koristeći se matematičkim znanjem i jezičko-komunikacionim vještinama učenici kreativno i jasno izražavaju svoje ideje, prilagođavajući ih različitim zahtjevima i potrebama ostalih nastavnih predmeta.

Izučavanjem matematike učenici prepoznaju razne prostorne forme, razvijaju vizuelno mišljenje, sagledavaju okruženje i prostorne odnose i razvijaju estetske vrijednosti.

Upotreba matematike i informaciono-komunikacionih tehnologija mogu se obraditi mnoge međupredmetne teme u okviru kojih se razvijaju: inicijativnost, upornost, postavljanje hipoteza, kreativan pristup u rješavanju zadataka i problema i razvoja preduzetništvo.

Kroz vezu matematike sa drugim predmetima i međupredmetnim temama iskazuje se svrha učenja matematike. Obradom ovih tema grade se temeljne kompetencije učenika.

Obradom međupredmetnih tema kod učenika se izgrađuju i razvijaju emocionalne, socijalne, etičke i estetske vrijednosti.

**Napomena 2:** Međupredmetne oblasti/teme obavezne su u svim nastavnim predmetima i nastavnicima su u obavezi da ih realizuju. Međupredmetne oblasti/teme su sadržaji koji omogućavaju da se u opšteobrazovni kurikulum uključe određeni ciljevi i sadržaji obrazovanja koji nijesu dio formalnih disciplina ili pojedinih predmeta, ili koji su po strukturi interdiciplinarni. Ovi sadržaji doprinose integrativnom pristupu opšteg obrazovanja i u većoj mjeri povezuju sadržaje pojedinih predmeta.

## E. OBRAZOVNO-VASPITNI ISHODI PREDMETA

### I razred

#### Obrazovno-vaspitni ishod 1

#### LOGIKA I SKUPOVI

*Na kraju učenja učenik će moći da primijeni osnovne pojmove iskaznog računa i teorije skupova u rješavanju različitih praktičnih zadataka.*

#### Ishodi učenja

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- razlikuje pojam iskaza od rečenice koja nije iskaz;
- zapisuje iskaze simbolima i određuje njihovu istinitosnu vrijednost;
- prepozna i opiše logičke operacije: konjunkciju, disjunkciju, negaciju, implikaciju i ekvivalenciju i formira istinitosne tablice tih operacija;

- odredi istinitosnu vrijednostu iskaza formiranih od zadatih iskaza;
- rješava elementarne praktične zadatke i zadatke iz aritmetike, algebre i geometrije primjenom logičkih operacija;
- definiše šta je *tautologija*;
- primjenjuje univerzalni i egzistencijalni kvantifikator u formiranju iskaza;
- opisuje skup, podskup i nadskup datog skupa kao cjelinu različitih objekata, pri čemu koristi odgovarajuće oznake;
- navodi elemente skupa ako je on zadat pomoću nekog svojstva i obrnuto ;
- definiše jednakost skupova;
- grafički prikaže skupove i odnose među njima pomoću Venovih dijagrama;
- predstavi Venovim dijagramom operacije sa skupovima: partitivni skup datog skupa, komplement skupa u odnosu na neki nadskup datog skupa, uniju, presjek, razliku skupova i simetričnu razliku skupova;
- dokazuje skupovne jednakosti;
- objasni pojam Dekartovog proizvoda;
- rješava problemske zadatke primjenom znanja o skupovima.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** iskaz, istinitosna vrijednost iskaza; osnovne logičke operacije; iskazne formule; tautologije; kvantifikatori; skup, zadavanje skupa; operacije sa skupovima; podskup, nadskup, partitivni skup; Dekartov proizvod.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- nabrajaju logičke operacije i primjenjuju ih na konkretnim zadacima;
- analiziraju važnije zakone zaključivanja, uočavaju veze koje se javljaju između logičkih i skupovnih operacija;
- koriste kvantifikatore;
- određuju elemente skupa kad je on zadat na različite načine;
- određuju uniju, presjek, razliku, simetričnu razliku zadatih skupova;
- u jednostavnijim primjerima određuju partitivni skup datog skupa;
- u jednostavnijim primjerima određuju Dekartov proizvod datih skupova;
- određuju komplement skupa u odnosu na nadskup datog skupa;
- rješavaju problemske zadatke primjenom skupovnih operacija.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 12 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 2**

**SKUPOVI BROJEVA**

*Na kraju učenja učenik će moći da definiše skupove prirodnih, cijelih, racionalnih, iracionalnih i realnih brojeva, računa sa realnim brojevima i usvoji i razlikuje svojstva prirodnih, cijelih, racionalnih, iracionalnih i realnih brojeva*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- prikazuje prirodne brojeve u dekadnom sistemu;
- objasni proširivanje skupa prirodnih brojeva na skup cijelih brojeva;
- upoređuje prirodne i cijele brojeve;
- primjenjuje osnovne računske operacije na skupu cijelih brojeva;
- prepozna i navede proste brojeve;
- primijeni znanja o prostim brojevima;
- objasni teoremu koja se zove **osnovni stav aritmetike** i još neka svojstva u vezi sa prostim brojevima;
- sprovodi postupak rastavljanja prirodnog broja na proste činioce;
- primjenjuje Euklidov algoritam;
- koristi pravila za djeljivost zbira, razlike i proizvoda cijelih brojeva;
- primjenjuje pravila djeljivosti sa 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 i 25;
- određuje NZD i NZS;
- računa sa stepenima čiji je izložilac prirodan broj;
- objasni proširivanje skupa cijelih brojeva na skup racionalnih brojeva;
- proširuje, skraćuje i upoređuje razlomke;
- primjenjuje osnovne računske operacije na skupu racionalnih brojeva;
- zapisuje dekadni razlomak kao decimalni broj i decimalni broj kao razlomak;
- zapisuje proizvoljni razlomak kao periodični decimalni broj;
- zapisuje periodični decimalni broj kao razlomak;
- uočava da se decimalni zapis sa beskonačnim neperiodičnim decimalnim dijelom ne može predstaviti u obliku razlomka;
- dokaže iracionalnost nekih korijena;
- objasni proširivanje skupa racionalnih brojeva na skup realnih brojeva;
- navede osnovne računske operacije na skupu realnih brojeva i njihova osnovna svojstva;
- na skupu realnih brojeva primjenjuje komutativnost i asocijativnost operacija sabiranja i množenja i distributivnost množenja prema sabiranju;
- upoređuje realne brojeve po veličini;
- uočava vezu između realnih brojeva i tačaka na brojevnoj pravoj;
- navede intervale, poluzatvorene i zatvorene intervale realnih brojeva riječima, simbolima, grafički;
- računa uniju, presjek i razliku intervala brojevnih prave;
- nabroji osnovna svojstva apsolutne vrijednosti realnog broja ;
- geometrijski interpretira apsolutnu vrijednost realnog broja;
- objasni pojam razmjere, proporcije i produžene proporcije;
- u rješavanju zadataka primjenjuje direktnu i obrnutu proporciju;
- primjenjuje procentni račun za obračun poreza, carine, promjene cijena, kamatni račun i za rješavanje drugih problema iz svakodnevnog života;
- zaokružuje brojeve na značajne cifre;
- koristi približne vrijednosti realnog broja i apsolutnu i relativnu grešku u računanju sa realnim brojevima.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** skup prirodnih brojeva, uređenost skupa prirodnih brojeva, osnovne računске operacije sa prirodnim brojevima i svojstva tih operacija; skup cijelih brojeva, uređenost skupa cijelih brojeva, osnovne računске operacije sa cijelim brojevima i svojstva tih operacija; pravila djeljivosti, prost broj, NZD i NZS; racionalni brojevi, razlomci, proširivanje i skraćivanje razlomaka, decimalni brojevi; zapisivanje razlomka kao decimalnog broja, zapisivanje decimalnog broja kao razlomka; upoređivanje racionalnih brojeva, osnovne računске operacije sa racionalnim brojevima i svojstva tih operacija; skup iracionalnih brojeva; skup realnih brojeva, osnovne računске operacije sa realnim brojevima i svojstva tih operacija; realna prava, segment, interval i poluinterval; apsolutna vrijednost realnog broja; razmjera, proporcija, direktna i obrnuta proporcija; procentni račun; približna vrijednost realnog broja, apsolutna i relativna greška.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- primjenjuju i analiziraju svojstva operacija u skupovima  $N, Z, Q$  i  $R$ ;
- grafički prikazuje inkluzivni odnos skupova brojeva;
- objašnjavaju razliku između racionalnog i iracionalnog broja koristeći decimalni zapis;
- pronalaze primjere u kojima se koriste približne vrijednosti realnog broja, apsolutna i relativna greška;
- pronalaze primjere koji objašnjavaju direktnu i obrnutu proporcionalnost;
- daju praktične primjere u kojima se koristi procentni račun;
- rješavaju problemske zadatke primjenom svojstava skupova brojeva ;
- rješavaju matematičke kvizove;
- osmišljavaju kratka predavanja iz istorije matematike;
- svoj rad provjeravaju pomoću kalkulatora ili u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program).

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 20 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 3**

**GEOMETRIJA U RAVNI**

***Na kraju učenja učenik će moći da primijeni znanja o figurama u ravni na rješavanje raznih geometrijskih zadataka.***

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- navede osnovne pojmove u geometriji;
- opiše osnovne geometrijske figure u ravni;
- razlikuje vrste uglova;
- navodi osnovne elemente trougla;
- navodi vrste trouglova;
- definiše i konstruiše simetralu duži, simetralu ugla, visinu i težišnu duž trougla;
- određuje značajne tačke trougla i primjenjuje teoreme koje se odnose na njih;
- poznaje svojstva težišta;
- navede stavove o podudarnosti trouglova (SUS, USU, SSU, SSS);



- primjenjuje stavove o podudarnosti trouglova;
- navede Talesovu teoremu o proporcionalnosti dužina i tvrđenja o sličnosti trouglova
- primjenjuje Talesovu teoremu o proporcionalnosti dužina;
- primjenjuje tvrđenja o sličnosti trouglova na rješavanje jednostavnijih zadataka;
- navede elemente kruga;
- primijeni vezu između centralnog i perifernog ugla nad istim kružnim lukom;
- navede vrste četvorougla;
- navede osobine tangentnog i tetivnog četvorougla;
- konstruiše geometrijske figure (trouglove, četvorouglove i pravilne mnogouglove) koje zadovoljavaju određene uslove.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** osnovni pojmovi u geometriji; ugao, vrste uglova; trougao i vrste trouglova; značajne tačke trougla; teoreme o značajnim tačkama trougla; podudarnost trouglova; sličnost trouglova; Talesova teorema; četvorougao i vrste četvorouglova; mnogougao i pravilni mnogougao; krug i elementi kruga; centralni i periferni ugao; tetivni i tangentni četvorougao; konstruktivni zadaci.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- u svom okruženju uočavaju objekte koji imaju geometrijske forme;
- koriste crteže za prikazivanje geometrijskih figura;
- analiziraju osobine figura i donose zaključke o njima;
- analiziraju položaj karakterističnih tačaka u odnosu na vrstu trougla;
- rješavaju zadatke primjenjujući stavove o podudarnosti trouglova;
- određuju i obrazlažu odnose površina, obima i drugih veličina u sličnim trouglovima;
- modeliraju probleme u planimetriji koristeći Talesovu teoremu i sličnost trouglova;
- primjenjuju osobine mnogouglova na rješavanje jednostavnijih zadataka;
- pripremaju kratke prezentacije i seminarske radove koje se odnose na istoriju matematike i tiču se odgovarajućih nastavnih tema iz geometrije.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 20 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 4**

**RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI**

***Na kraju učenja učenik će moći da računa sa algebarskim izrazima.***

***Ishodi učenja***

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- definiše pojam *polinoma*;
- razlikuje stepen polinoma i koeficijente polinoma;
- razlikuje *monom*, *binom* i *trinom*;
- sabira, oduzima, množi i dijeli polinome;
- formuliše i primjenjuje Bezuov stav;
- računa: razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub binoma;

- rastavlja polinoma na proste činioce;
- odredi NZS i NZD za polinome;
- razlikuje cijele i racionalne algebarske izraze;
- određuje oblast definisanosti racionalnog algebarskog izraza;
- izvodi operacije sa racionalnim algebarskim izrazima.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** cijeli algebarski izrazi; polinomi; jednakost polinoma i operacije sa polinomima; Bezuov stav; rastavljanje polinoma na proste činioce; NZS i NZD za polinome; racionalni algebarski izrazi i oblast definisanosti racionalnih algebarskih izraza; operacije sa racionalnim algebarskim izrazima.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- navodi i objašnjava pravila za sabiranje, množenje, dijeljenje i stepenovanje stepena čiji je izložilac cio broj;
  - uvježbavaju operacije sa polinomima;
  - uvježbavaju postupak rastavljanja polinoma na proste činioce;
  - sumiraju znanja stečena o rastavljanju polinoma na proste činioce i kombinuju pri rješavanju složenijih zadataka;
  - određuju oblasti definisanosti racionalnih algebarskih razlomaka;
  - računa sa algebarskim razlomcima.
- **Broj časova realizacije (okvirno): 24 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 5**

**LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE**

*Na kraju učenja učenik će moći da rješava linearne jednačine, linearne nejednačine i sisteme linearnih jednačina, što će omogućiti da algebarskim jezikom modelira i riješava različite probleme.*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- rješava linearnu jednačinu;
- rješava jednačinu sa apsolutnom vrijednošću;
- modelira problemske zadatke koristeći linearne jednačine;
- rješava linearnu nejednačinu i rješenja zapisuje pomoću intervala;
- rješava linearnu nejednačinu uključujući nejednačine oblika:  
 $f(x) > A, f(x) < A, f(x) \geq A, f(x) \leq A$  , gdje je  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  ;
- rješava jednostavne linearne nejednačine sa apsolutnim vrijednostima;
- rješava sisteme linearnih nejednačina;
- rješava sistem linearnih jednačina sa dvije i tri nepoznate (Gausova metoda i metoda determinanti).

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** linearna jednačina; linearna nejednačina; sistem linearnih jednačina (sa dvije i tri nepoznate); Gausova metoda; sistem linearnih nejednačina.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- linearnim jednačinama, nejednačinama i sistemima modeliraju problemske situacije i utvrđuju smislenost rješenja;
- izražavaju jednu veličinu pomoću druge primjenjujući svojstva jednakosti;
- koriste kompjuterske programe (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra) za rješavanje i grafičko prikazivanje rješenja jednačina i sistema linearnih jednačina.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 20 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 6**

**KOORDINATNI SISTEM U RAVNI**

*Na kraju učenja učenik će moći koristiti koordinatni sistem za prikazivanje skupova tačaka i statističkih podataka, računa udaljenost tačaka, površinu trougla i da datu duž dijeli u datom odnosu.*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- razumije i upotrebljava vezu između uređenog para brojeva i tačaka u ravni;
- računa rastojanje tačaka u koordinatnoj ravni;
- računa površinu i obim trougla u koordinatnoj ravni;
- prikaže skupove tačaka, računa obim i površinu mnogougla u koordinatnoj ravni;
- odredi središte duži;
- odredi tačku koja duž dijeli u datom odnosu;
- prikaže statističke podatke;
- primjenjuje matematički jezik kao univerzalni jezik, kojim prikazuje probleme iz svakodnevnog života.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** pravougli koordinatni sistem u ravni; rastojanje između dvije tačke; podjela duži u datom odnosu i središte duži; površina trougla i mnogougla.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- grafički prikazuju Dekartov proizvod nepraznih skupova (konačnih, prebrojivih i podskupova u  $R \times R$ );
- ponavljaju Pitagorinu teoremu i primjenjuju je pri određivanju formule za rastojanja tačaka u koordinatnoj ravni;
- povezuje pojam aritmetičke sredine i središta duži na brojevnoj pravoj i u koordinatnoj ravni;
- otkrivaju formulu za računanje površine trougla kroz niz interaktivnih zadataka;
- primjenjuju formule za računanje obima i površina mnogouglova;
- prikazuju statističke podatke u koordinatnoj ravni;

- svoj rad provjeravaju pomoći kalkulatora ili u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program).

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 6 časova.**

### **Obrazovno-vaspitni ishod 7**

#### **LINEARNA FUNKCIJA**

***Na kraju učenja učenik će moći da znanje o linearnim funkcijama primijeni na rješavanje praktičnih zadataka.***

#### **Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- upotrebljava pojam preslikavanja i pojmove *domen i kodomen funkcije*;
- na različite načine predstavlja funkcija (algebarski, tablični, grafički);
- definiše i na prostim primjerima odredi injektivno, surjektivno, bijektivno preslikavanje;
- ispita tok i nacrtava grafik linearne funkcije;
- uoči da je grafik linearne funkcije prava;
- opisuje uticaj koeficijenta na međusoban položaj grafika funkcije (kada se grafici sijeku, poklapaju i kada su paralelni);
- povezuje koeficijent pravca i priraštaj linearne funkcije;
- definiše i određuje nulu funkcije, znak i monotonost;
- iz grafika linearne funkcije čita domen, kodomen, određuje koeficijent pravca i zapisuje funkciju u algebarskom obliku;
- na osnovu datih podataka određuje linearnu funkciju;
- crta grafik funkcije zadane pomoću apsolutne vrijednosti;
- povezuje linearnu funkciju i funkciju koja se zadaje pomoću apsolutne vrijednosti sa rješavanjem linearnih jednačina i nejednačina;
- prepoznaje i navede različite oblike zadavanja prave (eksplicitni, implicitni, segmentni);
- prelazi iz jednog oblika jednačine prave u drugi;
- odredi jednačinu prave kojoj prolazi kroz jednu zadanu tačku, za koju je poznat koeficijent pravca;
- odredi jednačinu prave koja prolazi kroz dvije zadane tačke;
- grafički prikazuje rješenje sistema dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate;
- čita odgovarajuće grafikone, geografske karte, statističke podatke itd.

#### **Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda::**

**a) Sadržaji/pojmovi:** funkcije, razni načini zadavanja funkcije; vrste preslikavanja; linearna funkcija, grafik i osobine linearne funkcije; jednačina prave kroz jednu tačku i kroz dvije tačke.

#### **b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- navode koja je nezavisna, a koja zavisna promjenljiva i tom prilikom ne moraju stalno koristiti standardno označavanje:  $x$  -nezavisna promjenljiva,  $y$ -zavisna promjenljiva;
- u problemskim situacijama prepoznaju linearnu zavisnost, zapisuju je kao funkciju i primjenjuju pri analizi problema;

- primjenjuju linearnu funkciju u rješavanju praktičnih zadataka;
- analiziraju problem na osnovu grafičkog prikaza;
- objašnjavaju ulogu zavisne i nezavisne promjenljive povezujući ih sa primjerima koji se javljaju u nastavi fizike, hemije (zavisnost pređenog puta od vremena, brzine);
- analiziraju grafik funkcije i saopštavaju njena svojstva;
- zaključuju kako glasi uslov paralelnosti dvije prave u ravni;
- definišu i crtaju grafik apsolutne vrijednosti funkcije;
- geometrijski interpretiraju rješenje sistema od dvije linearne jednačine sa dvije nepoznate;
- demonstriraju crtanje grafika linearnih funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program);
- stečena znanja primjenjuju čitajući odgovarajuće grafikone, geografske karte, statističke podatke itd;
- prikupljaju, obrađuju i prikazuju podatke linijskim dijagramom, tabelom, dijagramom sa stupcima ili kružnim dijagramom, primjenom aritmetičkih znanja, znanja iz algebre i geometrije.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 18 časova.**

## II razred

### Obrazovno-vaspitni ishod 1

#### STEPENOVANJE I KORJENOVANJE

*Na kraju učenja učenik će moći da primjenjuje znanja o stepenovanju i korjenovanju u rješavanju praktičnih zadataka.*

#### Ishodi učenja

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- objasni stepen čiji je izložilac cio broj;
- računa sa stepenima čiji je izložilac cio broj;
- navede svojstva realnih funkcija;
- odredi uslove pod kojima postoji kompozicija preslikavanja;
- odredi kompoziciju datih preslikavanja;
- odredi uslove postojanja inverzne funkcije;
- odredi i predstavi inverznu funkciju;
- zaključi da su grafici uzajamno inverznih funkcija simetrični u odnosu na pravu  $y=x$ ;
- transformiše grafik date funkcije;
- crta i transformiše grafik stepene funkcije;
- navede definiciju korijena;
- računa sa aritmetičkim korijenima;
- navede šta je stepen sa racionalnim eksponentom;
- prevede korijen u stepen sa racionalnim eksponentom i obrnuto;
- izvodi racionalisanje imenioca (brojioca) razlomka;
- objasni zašto su stepena i korijena funkcija uzajamno inverzne;
- crta i transformiše grafike korijenih funkcija.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** osobine realne funkcije i transformacije grafika; korijen; stepen; racionalisanje; grafici stepenih i korijenih funkcija.

**b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- uvježbavaju računanje sa stepenima i korijenima;
- racionališu izraze;
- crtaju grafike stepenih i korijenih funkcija;
- transformišu grafike stepenih i korijenih funkcija;
- koriste neki od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program) za crtanje grafika stepenih i korijenih funkcija;
- primjenjuje znanja o stepenovanju i korjenovanju u rješavanju praktičnih zadataka.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 20 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 2**

**KOMPLEKSNI BROJEVI**

*Na kraju učenja učenik će moći da računa sa kompleksnim brojevima.*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- obrazloži potrebu proširivanja skupa realnih brojeva;
- definiše kompleksan broj i njegov algebarski oblik;
- računa stepen imaginarne jedinice;
- definiše konjugovano kompleksan broj i njegove osobine;
- geometrijski interpretira kompleksan broj;
- na osnovu zadatih uslova odredi oblast u kompleksnoj ravni;
- odredi apsolutnu vrijednost (moduo) kompleksnog broja;
- računa sa kompleksnim brojevima i primjenjuje njihove osobine.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**KOMPLEKSNI BROJEVI**

**a) Sadržaji/pojmovi:** imaginarna jedinica; kompleksan broj; jednakosti dva kompleksna broja; sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje kompleksnih brojeva; konjugovano kompleksan broj; apsolutna vrijednost kompleksnoga broja; geometrijska interpretacija kompleksnog broja.

**b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- objašnjavaju proširivanja skupova  $Z$ ,  $Q$  i  $R$  i ilustruju ih na primjerima prostih jednačina;
- rade zadatke u kojima se primjenjuje računanje sa kompleksnim brojevima;
- primjenjuju svojstva konjugovano kompleksnoga broja i apsolutne vrijednosti pri rješavanju zadataka;
- pripremaju kratke prezentacije i seminarske radove koje se odnose na primjenu kompleksnih brojeva (geometrija, fraktali, ...).

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 12 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 3**

**KVADRATNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE. KVADRATNE FUNKCIJE**

**Na kraju učenja učenik će moći da rješava kvadratnu jednačinu i nejednačine, zna prirodu rješenja kvadratne jednačine, zna da nacrti grafik kvadratne funkcije i objasni njene osobine.**

#### **Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- razlikuje nepotpune i potpune kvadratne jednačine;
- rješava kvadratne jednačine;
- objasni kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine;
- primijeni Vietove formule;
- rastavlja kvadratni trinom na proste činioce;
- formira kvadratnu jednačinu na osnovu datih rješenja;
- rješava bikvadratnu jednačinu i ostale jednačine koje se svode na kvadratnu;
- rješava sistem jedne linearne i jedne kvadratne jednačine, te sistem od dvije kvadratne jednačine;
- primijeni kvadratne jednačine i sisteme jednačina u rješavanju odgovarajućih problemskih zadataka;
- navede osobine kvadratne funkcije i crta njen grafik;
- na osnovu datih elemenata (nula, koordinata tjemena, tačaka kroz koje prolazi grafik funkcije) određuje kvadratnu funkciju;
- rješava kvadratne nejednačine oblika :  
 $f(x) > A, f(x) < A, f(x) \geq A, f(x) \leq A$  , gdje je  $(x) = \frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$  ili  $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ ;
- rješava jednostavne iracionalne jednačine.

#### **Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda::**

**a) Sadržaji/pojmovi:** nepotpuna i potpuna kvadratna jednačina sa jednom promenljivom; diskriminanta i priroda rješenja kvadratne jednačine; Vietove formule; jednačine koje se svode na kvadratnu; sistem od jedne linearne i jedne kvadratne jednačine; sistem od dvije kvadratne jednačine; kvadratna funkcija i njene osobine; kvadratne nejednačine; jednostavne iracionalne jednačine.

#### **b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- rješavaju kvadratne jednačine i povezuju ih sa znanjem stečenim u I razredu o rastavljanju polinoma na proste činioce;
- biraju metode i rješavaju kvadratne jednačine s realnim ili opštim koeficijentima;
- modeliraju problemske situacije i određuju rješenja;
- određuju osobine kvadratnih funkcija polazeći od njenog grafika;
- objašnjavaju oblik grafika kvadratne funkcije u zavisnosti od diskriminante i najstarijeg koeficijenta;
- primijeni stečena znanja iz kvadratnih funkcija pri rješavanju praktičnih zadataka;
- kvadratnom funkcijom modeliraju problemsku situaciju i utvrđuju smisao rješenja;
- primjenju grafik i osobine kvadratne funkcije pri rješavanju kvadratnih nejednačina;
- koriste kompjuterske programe (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program) za crtanje kvadratnih funkcija i grafičko prikazivanje rješenja jednačina i sistema linearnih jednačina i rješavanje praktičnih zadataka.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 32 časa.**

#### **Obrazovno-vaspitni ishod 4**

#### **EKSPONENCIJALNE I LOGARITAMSKE FUNKCIJE**

**Na kraju učenja učenik će moći da nacrtaj grafik eksponencijalne i logaritamske funkcije, navede njihove osobine i primjenjuje ih za modeliranje nekih pojava, procesa i stanja.**

#### **Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- prepozna i nacrtaj grafik eksponencijalne funkcije  $y = a^x, a > 1, y = a^x, 0 < a < 1$ ;
- navede osobine eksponencijalne funkcije;
- rješava eksponencijalne jednačine;
- rješava jednostavne eksponencijalne nejednačine;
- definiše logaritam i navede osnovna svojstva;
- prepozna broj  $e$  kao bazu prirodnog logaritma;
- primijeni osnovna pravila logaritmovanja;
- uočava da su eksponencijalna i logaritamska funkcija uzajamno inverzne;
- prepozna i nacrtaj grafik logaritamske funkcije  $y = \log_a x, a > 1, y = \log_a x, 0 < a < 1$ ;
- navede i primijeni osobine logaritamske funkcije;
- primijeni transformacije grafika funkcije na eksponencijalnoj i logaritamskoj funkciji;
- rješava logaritamske jednačine;
- rješava jednostavne logaritamske nejednačine;
- primjenjuje eksponencijalne i logaritamske funkcije u ekonomiji, fizici, biologiji ...

#### **Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** eksponencijalna funkcija; grafik i osobine eksponencijalne funkcije; eksponencijalna jednačina; eksponencijalne nejednačine; pojam logaritma i osnovna svojstva; broj  $e$  i prirodni logaritam; osnovna pravila logaritmovanja; logaritamska funkcija; grafik i osobine logaritamske funkcije; logaritamske jednačine; logaritamske nejednačine.

#### **b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- računaju vrijednosti eksponencijalne i logaritamske funkcije;
- računaju vrijednost promjenljive u problemu opisanom eksponencijalnom i/ili logaritamskom funkcijom;
- određuju svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcije koristeći grafike tih funkcija;
- obnavljaju i primjenjuju svojstva stepena i osnovne operacije sa stepenima pri rješavanju eksponencijalnih jednačina;
- rješavaju eksponencijalne i logaritamske jednačine koje se svode na kvadratne;
- prelaze iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obrnuto;
- uvježbavaju operacije sa logaritmima;
- koriste svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcije pri rješavanju logaritamskih i eksponencijalnih jednačina i nejednačina;
- modeliraju eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom zadatke iz međupredmetnih tema;
- koriste neki od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program) za crtanje grafika eksponencijalnih i logaritamskih funkcija pri rješavanju različitih praktičnih zadataka.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 22 časova.**



**Obrazovno-vaspitni ishod 5****TRIGONOMETRIJA**

***Na kraju učenja učenik će moći da primjenjuje trigonometrijske funkcije oštrog ugla za rješavanje problema u planimetriji i pri modeliranju praktičnih zadataka.***

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- objasni pojam ugla;
- mjeri ugao (stepen, radijan);
- navede osobine trigonometrijskih funkcija oštrog ugla u pravouglom trouglu;
- odredi vrijednosti trigonometrijskih funkcija oštrog uglova ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ );
- primijeni osnovne trigonometrijske identitete;
- izračuna vrijednost ostalih trigonometrijskih funkcija ako je zadata jedna od njih;
- primijeni trigonometrijske odnose za određivanje nepoznatih veličina u planimetriji;
- primijeni trigonometrijske funkcije oštrog ugla pri modeliranju praktičnih zadataka.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** ugao, mjerenje ugla (stepen, radijan); definicija trigonometrijskih funkcija oštrog ugla u pravouglom trouglu; vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih oštrog uglova; izračunavanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija ako je zadata jedna od njih; osnovni trigonometrijski identiteti.

**b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- rješavajući proste zadatke stiču osnovna znanja iz trigonometrije;
- uvježbavaju primjenu osnovnih trigonometrijskih identiteta;
- koriste znanja iz trigonometrije za rješavanje jednostavnih zadataka za trougao i četvorougao;
- modeliraju situacije iz života i drugih područja primjenjujući trigonometrijske funkcije oštrog ugla;
- koriste interaktivne računarske programe i alate;
- pripremaju kratke prezentacije i seminarske radove koje se odnose na odgovarajuće teme iz trigonometrije.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 14 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 6****VEKTORI**

***Na kraju učenja učenik će moći da primjenjuju vektorsku algebru u rješavanju zadataka iz geometrije i iz drugih predmetnih oblasti u kojima se koriste vektorske veličine.***

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- predstavi vektor kao orjentisanu duž;
- predstavi vektor pomoću koordinata;
- primjenjuje koordinate vektora u ravni i prostoru;
- objasni komponente i osobine vektora;
- primjenjuje operacije sa vektorima;
- razlikuje linearnu zavisnost i nezavisnost vektora;
- navede definiciju skalarnog i vektorskog proizvoda;
- računa skalarni proizvod vektora;

- primjenjuje osobine skalarnog i vektorskog proizvoda dva vektora;
- koristi skalarni proizvod pri određivanju ugla između dvije prave tj. dva vektora, dužine vektora itd;
- razumije geometrijsku interpretaciju vektorskog proizvoda;
- računa vektorski proizvod pomoću determinante;
- objasni uzajamnu normalnost i kolinearnost vektora;
- primjenjuje vektore u rješavanju zadataka iz geometrije.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** vektor kao orjentisana duž; pravougli koordinatni sistem u ravni i prostoru; koordinate vektora u ravni i prostoru; projekcije vektora; operacije sabiranja, oduzimanja i množenja vektora brojem; skalarni proizvod; računanje intenziteta (dužine) vektora; ugao između dva vektora i računanje njegove veličine; vektorski proizvod; primjena vektora u geometriji.

**b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- navode pojmove iz fizike koji se mogu povezati s vektorima;
- pri analizi i rješavanju zadataka koriste geometrijski prikaz vektora;
- koriste skalarni proizvod pri određivanju ugla između dvije prave, tj. dva vektora, dužine vektora itd;
- objašnjavaju geometrijsku interpretaciju vektorskog proizvoda;
- izračunavaju površinu paralelograma i trougla koristeći geometrijsku interpretaciju skalarnoga proizvoda;
- spremaju prezentacije u kojima ilustruju primjenu vektorske algebre u fizici, elektrotehnici, građevinarstvu itd.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 20 časova.**

### III razred

**Obrazovno-vaspitni ishod 1**

**TRIGONOMETRIJA**

*Na kraju učenja učenik će moći da usvoji osnovna znanja iz trigonometrije, crta grafike trigonometrijskih funkcija i primjenjuje ih u rješavanju različitih praktičnih zadataka.*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- objasni pojam trigonometrijske kružnice;
- predstavi proizvoljan ugao na trigonometrijskoj kružnici;
- navede definicije trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla;
- računa vrijednost trigonometrijske funkcije proizvoljnog ugla kao vrijednost trigonometrijske funkcije oštrog ugla;
- izračuna vrijednost trigonometrijskih funkcija ako je zadata jedna od njih;
- primijeni osnovne trigonometrijske identitete;
- primijeni adicione formule;
- primijeni trigonometrijske funkcije dvostrukog i polovine ugla;

- primijeni formule za transformacije zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto;
- dokazuje trigonometrijska tvrđenja primjenom trigonometrijskih identiteta;
- primijeni sinusnu i kosinusnu teoremu;
- prepozna i crta grafike osnovnih trigonometrijskih funkcija;
- crta grafike oblika  $y = a \sin (bx+c)+d$  i  $y = a \cos (bx+c)+d$ ;
- određuje svojstva trigonometrijskih funkcija;
- primjenjuje svojstva parnost, neparnost i periodičnost trigonometrijskih funkcija;
- riješi trigonometrijske jednačine.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** trigonometrijska kružnica; trigonometrijska funkcija; veza između trigonometrijskih funkcija; svođenje trigonometrijskih funkcija na vrijednost trigonometrijske funkcije oštrog ugla; izračunavanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija ako je zadata jedna od njih; parnost, neparnost i periodičnost trigonometrijskih funkcija; osnovni trigonometrijski identiteti; adicione formule; trigonometrijske funkcije dvostrukog i polovine ugla; transformacije zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto; trigonometrijske jednačine; sinusna i kosinusna teorema; grafik osnovnih trigonometrijskih funkcija; grafik funkcija oblika  $y = a \sin (bx+c)+d$  ,  $y = a \cos (bx+c)+d$ .

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- primjenjuju i kombinuju osnovne trigonometrijske identite u rješavanju zadataka;
- crtaju grafike trigonometrijskih funkcija;
- koristeći grafik određuju osobine trigonometrijskih funkcija;
- problemske situacije iz života rješavaju primjenom trigonometrijskih jednačina;
- modeliraju trigonometrijskim funkcijama;
- koriste znanja iz trigonometrije za rješavanje zadataka za trougao i četvorougao;
- koriste neki od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program) za crtanje grafika trigonometrijskih funkcija.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 35 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 2**

**STEREOMETRIJA**

***Na kraju učenja učenik će moći da crta geometrijska tijela i koristeći znanja iz planimetrije računa površine i zapremine rogljastih i obrtnih tijela.***

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- primjenjuje Heronov obrazac;
- primjenjuje formule za računanje površina trougla:

$$P = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} \quad P = rs, \quad P = \frac{abc}{4R};$$

- računa površinu paralelograma, trapeza i pravilnih mnogouglova;

- prepoznata, imenuje i nacrtava geometrijska tijela (prizma, piramida, zarubljena piramida, valjak, kupa, zarubljena kupa, sfera i lopta);
- prepoznata, imenuje i označi elemente geometrijskih tijela (osnovna ivica, bočna ivica, visina tijela, visina bočne strane,...);
- koristi teorem o tri normale;
- računa površinu i zapreminu prizme;
- računa površinu i zapreminu piramide i zarubljene piramide;
- računa površinu i zapreminu valjka;
- računa površinu i zapreminu kupe i zarubljene kupe;
- računa površinu sfere, kalote i loptinog sloja;
- računa zapreminu lopte i loptinog odsječka.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** Heronov obrazac; obrasci za površinu trougla preko poluprečnika opisanog i upisanog kruga; teorema o tri normale (formulacija); prizma; piramida; valjak; kupa; sfera i lopta.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- rade jednostavne zadatke kako bi usvojili osnovne prostorne oblike i relacije i upoznali osobine tijela;
- računaju površine i zapremine rogljastih i oblikih tijela;
- na modelima tijela pokazuje elemente geometrijskih tijela;
- koriste inetraktivna pomagala za predstavljenje geometrijskih tijela;
- primjenjuju znanja iz stereometrije u rješavanju praktičnih zadataka.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 30 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 3**

**ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNI**

***Na kraju učenja učenik će moći da rješava geometrijske probleme algebarskim putem.***

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- navede jednačinu prave u normalnom obliku;
- utvrdi međusobni odnos dvije prave (uslov paralelnosti, normalnosti, odredi presjek i ugao između dvije prave);
- izračuna rastojanje između tačke i prave;
- prepoznata, crta i zapisuje opšti oblik jednačine kružnice;
- prepoznata, crta i zapisuje opšti oblik jednačina krivih drugog reda (centralni oblik): elipsa, hiperbola, parabola;
- rješava zadatke primjenjujući znanje o jednačinama krivih linija drugoga reda;
- odredi međusoban odnos prave i krive drugog reda;
- određuje jednačinu tangente u tački krive linija drugoga reda;
- određuje jednačinu tangente krive linija drugoga reda koja prolazi kroz tačku van krive;
- koristi jednačine tangenti krivih linija drugog reda u zadacima iz geometrije.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** uzajamni položaj dvije prave; normalni oblik jednačine prave; ugao između dvije prave; rastojanje tačke od prave; jednačina kružne linije; prava i kružna linija; dvije kružne linije; jednačina elipse; prava i elipsa; jednačina hiperbole; prava i hiperbola; jednačina parabole; prava i parabola.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- rješavaju razne zadatke iz analitičke geometrije;
- u koordinatnoj ravni rješavaju geometrijske zadatke analitičkim metodama;
- iz jednačina krivih drugog reda određuju odgovarajuće elemente krivih i obrnuto;
- rješava geometrijske probleme koji uključuju krive linije drugog reda;
- prave prezentacije koristeći neki od kompjuterskih programa (**Microsoft Mathematics 4** ili **GeoGebra**) za rješavanje zadataka iz analitičke geometrije.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 30 časova.**

**Obrazovno-vaspitni ishod 4**

**MATEMATIČKA INDUKCIJA I BINOMNA FORMULA. ARITMETIČKI I GEOMETRIJSKI NIZ.**

*Na kraju učenja učenik će primjenjivati metod matematičke indukcije, Njutnovu binomnu formulu i prepoznati i primjenjivati znanje o aritmetičkom i geometrijskom nizu.*

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja;
- računa sa faktorijelom;
- primjenjuje princip matematičke indukcije;
- primjenjuju osobine binomnih koeficijenata;
- primjenjuje Njutnovu binomnu formulu;
- opisuje aritmetički i geometrijski niz;
- na različite načine predstavljanja aritmetičkog i geometrijskog niza (opšti član, rekurzivna formula);
- zapisuje opšti član aritmetičkog i geometrijskog niza;
- računa sumu prvih  $n$  članova aritmetičkog i geometrijskog niza.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:**

- princip matematičke indukcije;
- Njutnova binomna formula;
- aritmetički niz;
- geometrijski niz.

**b) Aktivnosti učenja**

Učenici:

- nabrajaju korake matematičke indukcije i dokazuje jednostavne jednakosti;
- prepoznaju situacije u kojima se primjenjuje matematička indukcija;
- zapisuju princip matematičke indukcije matematičkim jezikom;
- primjenjujući metod matematičke indukcije dokazuju jednostavna tvrđenja o djeljivosti;
- razvijaju stepen binoma koristeći Njutn binomnu formulu;

- određuju član/članove u razvoju binoma;
- nabraja svojstva aritmetičkog i geometrijskog niza;
- određuje opšti član i sumu prvih n članova aritmetičkog i geometrijskog niza;
- rješava probleme iz svakodnevnog života primjenom aritmetičkog i geometrijskog niza.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 25 časova.**

#### IV razred

**Obrazovno-vaspiti ishod 1**

**FUNKCIJE**

***Na kraju učenja učenik će moći da ispituje osobine funkcije.***

**Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- razumije pojam niza kao preslikavanja;
- opisuje monotonost i ograničenost niza;
- razumije šta je granična vrijednost niza;
- računanje graničnih vrijednosti nizova primjenom pravila zbira, proizvoda i količnika;
- povezuje monotonost i ograničenost sa konvergencijom niza;
- računa graničnu vrijednost monotonih niza;
- računa graničnu vrijednost sume;
- prepoznaje broj  $e$  kao  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ;
- nabraja i crta grafike elementarnih funkcija;
- navodi svojstva elementarnih funkcija;
- određuje definisanost, nule, znak, monotonost, parnost, i periodičnost funkcije, zadate prostijim analitički izrazima ili grafikom;
- odredi uslove postojanja inverzne funkcije;
- odredi i predstavi analitički i/ili grafički inverznu funkciju;
- definiše i računa graničnu vrijednost funkcije;
- primijeni limese  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ ;
- objasni pojam lijeve i desne granične vrijednosti funkcije;
- objasni pojam neprekidnosti funkcije;
- razlikuje tačke prekida funkcije;
- odredi asimptote funkcije.

**Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** niz i granična vrijednost niza; osobine funkcija sa jednom promenljivom; pregled elementarnih funkcija; inverzna funkcija; granična vrijednost funkcije; neprekidnost funkcije; tačke prekida funkcije; asimptote funkcije.

**b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- ponovljaju crtanje grafika elementarnih funkcija i sa grafika čitaju njihove osobine; (*definisanost, nule, znak, parnost, neparnost, periodičnost, ponašanje f-je na krajevima intervala*);
- rade zadatke tako da usvoje tehniku računanja granične vrijednosti niza i funkcije;
- ispituju osobine i neprekidnost funkcije;
- grafički prikazuju ispitana svojstva funkcije;
- rade prezentacije u kojima prikazuju kako se granične vrijednosti nizova i funkcija koriste u rješavanju neki h geometrijskih i praktičnih zadataka.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 30 časova.**

## **Obrazovno-vaspitni ishod 2**

### **ELEMENTI DIFERENCIJALNOG RAČUNA**

***Na kraju učenja učenik će primjenom izvoda u rješavanju problemskih zadataka i zadataka iz života.***

#### **Ishodi učenja**

*Tokom učenja učenik će moći da :*

- definiše pojam izvoda funkcije;
- objasni geometrijsku interpretaciju izvoda funkcije;
- određuje tangentu i normalu na grafik funkcije;
- računa izvode elementarnih funkcija;
- navede tablicu izvoda;
- računa izvode koristeći tablicu i pravila zbira, proizvoda i količnika;
- računa izvod složene funkcije (kompozicije funkcija);
- računa izvod implicitno zadate funkcije;
- računa izvod inverzne funkcije;
- računa izvode višeg reda;
- određuje intervale monotonosti funkcije i računa ekstremne vrijednosti funkcije primjenom diferencijalnog računa;
- određuje intervale konveksnosti i prevojne tačke funkcije;
- ispita tok i nacrtava grafik funkcije.

#### **Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:**

**a) Sadržaji/pojmovi:** izvod funkcije; geometrijska interpretacija izvoda; tangenta i normala na grafik funkcije; pravila izvoda; izvod složene i inverzne funkcije; ispitivanje osobina funkcije primjenom diferencijalnog računa; grafik funkcije.

#### **b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- ponavljaju crtanje grafika elementarnih funkcija i njihove osobine čitaju sa grafika;
- uvježbavaju tablicu izvoda kao i pravila izvoda;
- primjenjuju diferencijalni račun na rješavanje jednostavnih zadataka iz geometrije;
- primjenjuju diferencijalni račun u drugim područjima i realnim situacijama;
- ispituju i crtaju grafike funkcija korišćenjem diferencijalnog računa;
- rješavaju elementarne ekstremalne zadatke primjenom diferencijalnog računa;

- koriste neki od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program) provjeravaju da li su tačno nacrtali grafike funkcija.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 30 časova.**

### Obrazovno-vaspitni ishod 3

#### INTEGRALI

*Na kraju učenja učenik će moći da računa određeni i neodređeni integral i primjenjuje ih za izračunavanje površina i zapremine.*

#### Ishodi učenja

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- objasni pojam primitivne funkcije i neodređenog integrala;
- primjenjuje svojstva neodređenog integrala;
- navede tablicu osnovnih neodređenih integrala;
- odredi neodređeni integral primjenom svojstava linearnosti i tablice integrala;
- odredi neodređeni integral metodom smjene promjenljive;
- računa integrale jednostavnih racionalnih funkcija;
- objasni geometrijsku interpretaciju određenog integrala;
- računa određeni integral koristeći Njutn-Lajbnicovu formulu;
- računa površine nekih jednostavnih figura u ravni;
- računa zapremine rotacionih tijela;
- računa zapreminu kupe, valjka i sfere.

#### Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

**a) Sadržaji/pojmovi:** primitivna funkcija i neodređeni integral; svojstva neodređenog integrala; tablica osnovnih integrala; računanje neodređenog integrala metodom smjene; određeni integral; geometrijska interpretacija određenog integrala; svojstva određenog integrala; Njutn-Lajbnicova formula; računanje površine jednostavnih figura u ravni primjenom određenog integrala; računanje zapremine jednostavnih rotacionih tijela primjenom određenog integrala.

#### **b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- primjenjuju tablicu integrala;
- računaju jednostavne određene integrale;
- računaju površine krivolinijskih trapeza;
- računaju zapreminu rotacionih tijela u jednostavnim primjerima;
- primjenjuju integrale pri rješavanju problema iz fizike;
- koriste interaktivne programe i alate za predstavljenje odgovarajućih površina i rotacionih tijela.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 24 časa.**

### Obrazovno-vaspitni ishod 4

#### KOMBINATORIKA, VJEROVATNOĆA

*Na kraju učenja učenik će moći da rješava zadatke iz kombinatorike i vjerovatnoće.*



## Ishodi učenja

*Tokom učenja učenik će moći da:*

- objasni osnovne pojmove iz kombinatorike;
- objasni prebrojavanje pomoću stabala (grafička interpretacija);
- objasni osnovna pravila prebrojavanja (pravilo zbira i pravilo proizvoda);
- primijeni osnovna pravila prebrojavanja;
- na konkretnim primjerima prepozna varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i obavi njihovo prebrojavanje;
- na konkretnim primjerima prepozna varijacije i permutacije sa ponavljanjem i obavi njihovo prebrojavanje;
- koristi formule za računanje varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i varijacije i permutacije sa ponavljanjem;
- razumije pojam slučajnog opita;
- objasni pojmove elementarni ishod i događaj;
- razumije i u zadacima primjenjuje osnovne operacije s događajima;
- razumije vjerovatnoću kao graničnu vrijednost relativne učestalosti događaja;
- navede klasičnu definiciju vjerovatnoće;
- navede osnovna svojstva vjerovatnoće;
- rješava zadatke u kojima se pojavljuje klasična definicija vjerovatnoće;
- objasni pojam uslovne vjerovatnoće;
- primjenjuje formulu potpune vjerovatnoće i Bajesovu formulu.

## Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

**a) Sadržaji/pojmovi:** osnovna pravila prebrojavanja; varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i njihovo računanje; varijaciji permutacije sa ponavljanjem i njihovo računanje; klasična definicija vjerovatnoće; osnovna svojstva vjerovatnoće; uslovne vjerovatnoće; formulu potpune vjerovatnoće i Bajesovu formulu.

## **b) Aktivnosti učenja:**

Učenici:

- grafički pomoću stabla i na drugi način predstavljaju kombinatorne probleme;
- navode moguće rasporede objekata;
- rješavaju kombinatorne zadatke tako što samostalno biraju moguće varijante uz korišćenje pravila zbira i proizvoda;
- prepoznaju različite kombinatorne rasporede, zapisuju ih, prebrojavaju ih i izračunavaju njihov broj;
- rješavaju zadatke na način što sistematski nabrajaju i zapisuju različite varijante kombinatornih rasporeda;
- navode primjere iz okruženja u kojim se primjenjuju osnovni principi prebrojavanja;
- biraju strategiju za računanje permutacija, varijacija i kombinacija bez ponavljanja, varijacija i permutacija sa ponavljanjem;
- Slučajne događaje prikazuje pomoću skupovnih operacija i Venovih dijagrama;
- ponavljaju neki prosti eksperiment (recimo s bacanjem kocaka ili izvlačenjem karata) i računaju relativnu frekvenciju zadatoga događaja da bi shvatili značenje pojma vjerovatnoće;
- rješavaju zadatke u kojima se koristi klasična definicija vjerovatnoće i njena svojstva.

**c) Broj časova realizacije (okvirno): 26 časova.**

**Napomena 2:** Predloženi broj časova je dat orijentaciono i može biti veći ili manji, a što zavisi od dinamike kojom učenici usvajaju gradivo.

## F. DIDAKTIČKE PREPORUKE ZA REALIZACIJU PREDMETA

Program matematike za gimnaziju je koncipiran tako da učenicima daje mogućnost ovladavanja osnovnim matematičkim znanjima i vještinama, koji su im neophodni za uspješno obavljanje poslova pri zaposlenju i/ili za nastavak njihovog školovanja. Teme su birane tako da čine osnovu matematičkog obrazovanja.

Prilikom realizacije programa posebnu pažnju treba pokloniti motivima na kojima su građene matematički pojmovi, teorije i metode, objašnjavanju njihove suštine, geometrijskoj interpretaciji i njihovoj primjeni u drugim predmetnim oblastima i rješavanju praktičnih zadataka.

Sadržaje nastavnog gradiva i usvajanje tehnika treba obrađivati na najjednostavnijim primjerima.

Značajno je da programe prate pregledni, savremeni, zanimljivi i grafički dobro urađeni udžbenici, zbirke zadataka i/ili udžbenici sa zbirkom zadataka. Oni treba da budu od velike i prvorazredne pomoći učenicima za sticanje matematičkog znanja, a nastavnicima omoguće kreativno osmišljavanje nastave. Udžbenici i zbirke zadataka treba da sadrže zahtjevnije teme koje će obrađivati nadareni učenici u sklopu sekcije ili samostalno kod kuće. Ove djelove u literaturi treba posebno naznačiti.

### PRVI RAZRED

**Tema:** Skupovi i operacije sa skupovima

- Insistirati da učenici pravilno koriste matematički jezik i zapisivanje, posebno kvantifikatore.
- Učenicima se zadaju skupovi na više načina.
- Nastavnici ne treba da miješaju ikoničke i sintatičke znakove, jer se time unosi zabuna kod učenika.
- Isticati vezu između logičkih i skupovnih operacija.
- Dekartov proizvod ilustrovati na konkretnim primjerima, npr. igre „Potapanje podmornica“, koja je poznata učenicima/učenicama.
- Pri objašnjenju Dekartova proizvoda pokazati što on predstavlja kad se radi sa tri i više skupova.

**Tema:** Skupovi brojeva

- Potrebno je da učenici prvo temeljito ovladaju matematičkim operacijama-računanjem, pa tek onda dokazuju tvrđenja koja daju svojstva tih operacija.
- Ne insistirati na strogim matematičkim dokazima pojedinih matematičkih tvrđenja. Neka tvrđenja navesti bez dokaza, a kroz rješavanje zadataka u kojima se ta tvrđenja koriste, postići njihovo razumijevanje.
- Ukazati na važnost prostih brojeva pri obradi Euklidovog algoritma i primjenu u teoriji kriptografije i kriptanalize (kodiranje i dekodiranje poruka). Navedeno ilustrovati kroz nekoliko interesantnih primjera.
- Ne insistira se na aksiomatskom zasnivanju skupa  $R$  i upotrebi pojma algebarskih struktura.
- Obavezno naglasiti svojstvo zatvorenosti operacije u određenim skupovima.
- Navođenjem konkretnih primjera omogućiti učeniku da prepozna potrebu da se postojeći skup brojeva proširi novim.

- Koristeći relaciju inkluzije učenice treba da prikažu odnos skupova  $N, Z, Q, R$ . Navode primjere elemenata koji pripadaju jednom skupu brojeva, a ne pripadaju drugom.
- Procentni račun usvajaju rješavanjem zadataka iz različitih životnih situacija i praktične primjene.
- Kroz konkretne zadatke učenice treba da pokažu da razumiju pojmove *glavnica, procentni iznos i procenat*. Ove zadatke rješavaju tako da ih svedu na rješavanje jednačina.

#### Tema: Racionalni algebarski izrazi

- Obnoviti pojam Euklidovog algoritma i operacije sa stepenima čiji je izložilac prirodan broj.
- Sabiranje, oduzimanje i množenje polinoma je usvojeno u osnovnoj školi, a učenici stečeno znanje ponavljaju i primjenjuju na složenijim primjerima.
- Dijeljenje polinoma obraditi postepeno, a učenice ga moraju usvojiti do automatizma. Rezultat dijeljenja koristiti za prikaz polinoma  $A(x)$  kao  $A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$  i obrnuto.
- Uvježbavati Bezuov stav.
- Rastavljanje polinoma na proste činioce obraditi od jednostavnijih ka težim primjerima. Zadržati se koliko je potrebno da učenik prepozna, primijeni i usvoji: razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub binoma itd.
- Učenici primjenjuju stečena znanja o polinomima pri rješavanju zadataka koji se odnose na NZS i NZD za polinome.
- Kod racionalnih algebarskih izraza uvijek treba odrediti oblasti definisanosti datih izraza, pri čemu učenik objašnjava zašto se to radi.
- Primjer: Jednakost  $\frac{x^2}{x} = x$  tačna je samo pod uslovom da je  $x \neq 0$ . Ovo je „uslovni identitet“, za razliku od „bezuslovnih“ koje smo imali kod cijelih algebarskih izraza.
- Operacije s racionalnim izrazima, takođe usvajati postepeno prateći osnovni pedagoški princip „od lakšeg ka težem“.

#### Tema: Linearna funkcija

- Učenici navode primjere koji pokazuju vezu između uređenog para brojeva i tačaka u ravni. Primjer: igranje šaha kad igrači nijesu na istome mjestu (igra šaha na slijepo ili putem telefona).
- Pojam domena, kodomena, injektivnosti, surjektivnosti i bijektivnosti treba objasniti na jednostavnijim primjerima preslikavanja:  $f : N \rightarrow R, f : Z \rightarrow R, f : N \rightarrow Z, f(x) = x^2$ .
- Osnovne osobine preslikavanja ilustrovati na primjeru linearnih funkcija.
- Pri rješavanju zadataka učenici obavezno ističu koja je nezavisna, a koja zavisna promjenljiva. Ne mora se stalno koristiti standardno označavanje:  $x$  – nezavisna promjenljiva,  $y$  – zavisna promjenljiva.
- Zavisne i nezavisne promjenljive interpretirati kroz primjere iz fizike, hemije itd, tj. objašnjavati ih kroz međupredmetne teme.
- Učenik crta grafike funkcija, pomoću grafika objašnjava svojstva funkcije, pri čemu koristi zapise  $f : A \rightarrow B, A \subset R, B \subset R, G_f = \{(x, y) : x \in A, y = f(x)\}$ . Svoj rad provjerava crtanjem grafika funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili ...).
- Učenici crtaju grafike linearnih funkcija i svaki put ističu njihova svojstva.
- Nije dobro reći da je svaka linearna funkcija bijekcija. Primjer:  $y = b, b \in R$ . Daje se objašnjenje i grafički prikaz.
- Navođenjem primjera linearnih funkcija i crtanjem njihovih grafika od učenika zahtijevati da uoče uslove paralelnosti i normalnosti dvije prave.

- Uraditi par zadataka u kojima se traži da se grafički predstave funkcije oblika  $y = |x|$ ,  $y = |3 - 2x|$  i ispituju njihova svojstva.
- Učenici demonstriraju crtanje grafika funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili...) .
- Izbjegavati teške zadatke. Ići na to da učenik usvoji nova znanja do potpunog razumijevanja.

**Tema:** Linearne jednačine i nejednačine. Sistemi linearnih jednačina

- Kao i prethodne teme i ovu temu treba obrađivati postepeno.
- Posebnu obratiti prostije jednačine s nepoznatom u imeniocu i obavezno insistirati na oblasti definisanosti date jednačine. Primjeri:  $\frac{x \cdot (x - 2)}{x^2 - 4} = 0$ ,  $\frac{2}{x - 2} + \frac{3}{x + 2} = \frac{x}{x - 2}$  itd.
- Ne raditi teške jednačine s parametrima i apsolutnim vrijednostima.
- Kad se obrađuju linearne nejednačine obavezno dati geometrijsku interpretaciju (znak linearne funkcije).
- Kod rješavanja sistema linearnih jednačina različitim metodama svaki put dati geometrijsku interpretaciju datog rješenja, čime se povezuje, obnavlja i stiče trajnost znanja.
- Učenici rješavaju jednostavnije primjere sistema linearnih jednačina Gausovim metodom eliminacije (tri nepoznate).
- Stečenim znanjem i vještinama učenici rješavaju zadatke koji se mogu sresti u realnom životu.

**Tema:** Geometrija u ravni

- Ponoviti stavove podudarnosti trouglova i ilustrovati ih na prostim primjerima koji su dati slikama na kojima su jednaki elementi dva ili više trouglova označeni na odgovarajući način.
- Učenici rješavaju prostije zadatke u kojima samostalno crtaju odgovarajuće slike.
- Učenici treba da riješe veći broj zadataka u kojima se koriste stavovi podudarnosti trouglova.
- Stavovi sličnosti trouglova takođe se izlažu bez dokaza. Učenici treba samostalno da rješavaju zadatke u kojima se primjenjuju ti stavovi.
- Učenici ponavljaju elementarne konstrukcije koje su naučili u osnovnoj školi.
- Konstrukcije trouglova izvoditi na osnovu datih elemenata, ali pri rješavanju zadatka sprovesti sve faze konstrukcije: analizu, konstrukciju, diskusiju.
- U konstruktivnim zadacima koristiti pribor.
- Učenici rješavaju zadatke u kojima treba primijeniti svojstva tangentskih i tetivnih četvorouglova.
- Konstrukcije tangentskog i tetivnog četvorougla sprovesti korišćenjem prethodno stečenih znanja iz geometrije.
- Učenicima treba zadavati i aritmetičke ili algebarske zadatke za čije rješenje treba koristiti znanja iz geometrije, kao i zadatke iz geometrije za čije rješenje treba koristiti znanja iz aritmetike i/ili algebre. Nastavnik treba da skrene pažnju učenicima da u prvom slučaju "geometrija pomaže aritmetici i algebri", a u drugim da "aritmetika i algebra pomažu geometriji".

## DRUGI RAZRED

**Tema:** Stepenovanje i korjenovanje

- Obnoviti osnovna znanja o stepenima iz I razreda.
- Učenici otkrivaju neka pravila stepenovanja. Primjer:  $(-1)^{2k} = 1$ ,  $(-1)^{2k-1} = -1$ , pravila množenje i dijeljenje stepena iste osnove, stepenovanja proizvoda i količnika itd.

- Obnoviti znanja o funkcijama stečena u I razredu: injektivnost, surjektivnost i bijektivnost funkcija, a što se koristi kod obrade inverzne i korijene funkcije.
- Učenici objašnjavaju pojam kompozicije preslikavanja i pod kojim uslovima je moguća kompozicija funkcija. Sve to ilustruju na jednostavnim primjerima.
- Pojam inverzne funkcije se uvodi na konkretnim primjerima i prikazuje grafički u koordinatnoj ravni.
- Učenici otkrivaju kojim svojstvom se može definisati inverzna funkcija, kao i pravilo koje ima kompozicija funkcije i njene inverzne funkcije.
- Učenici crtaju stepene funkcija i sa njihovih grafika navode svojstva tih funkcija. Svoj rad provjeravaju crtanjem grafika funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili ...).
- Uočavaju da stepene funkcije sa parnim stepenom imaju slične grafike i iste osobine, a da to isto važi za stepene funkcije sa neparnim stepenom.
- Računski i grafički, na prostim primjerima, iz date bijektivne funkcije pronaći inverznu, pa tek onda to primijeniti na korijenim i stepenim funkcijama.
- Učenici usvoje vezu  $\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$  i na konkretnim prijerima zaključuju da je u opštem slučaju  $\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ . Otkrivaju kada je  $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ .
- Potrebno je da učenici dobro uvježbaju osnovne operacije s korijenima (stepenima čiji je izložilac racionalan broj), posle čega rješavaju teže zadatke.
- Na jednostavnijim primjerima objasniti racionalisanje. Ne treba raditi zadatke u kojima se više puta koristi isti postupak već pronalaziti zadatke koji su kraći ali sadržajni.
- Osmisliti zadatke u kojima učenice da bi riješili zadatak koriste kalkulator, čime ovladavaju njihovm upotrebom i shvataju njegovu primjenu.
- Pri rješavanju jednostavnijih iracionalnih jednačina obavezno navoditi oblast definisanosti i pravila za njihovo rješavanje. Primjer:  $\sqrt{x-1} = 2$ ,  $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{3}$  itd.

#### **Tema:** Kompleksni brojevi

- Obnoviti osnovna znanja o skupovima brojeva: N, Z, Q i R. Kroz rješavanje prostih jednačina, podsjetiti učenike zašto se proširuju skupova brojeva.
- Analizom jednačine  $x^2 + 1 = 0$  nastavnik treba da objasni razlog uvođenja pojma kompleksnog broja.
- Učenici otkrivaju geometrijsku interpretaciju kompleksnog broja.
- Poželjno je operacije sabiranja i oduzimanja kompleksnih brojeva u algebarskom obliku predstaviti geometrijski.

#### **Tema:** Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija

- Obnoviti rastavljanja polinoma na proste činioce iz I razreda.
- Učenici rješavaju jednačine oblika:  $ax^2 = 0$ ,  $ax^2 + c = 0$ ,  $ax^2 + bx = 0$ ,  $a \neq 0$ .
- Nastavnik zajedno sa učenicima izvodi formulu za rješavanje kvadratne jednačine  $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$
- Ukazati na važnost diskriminante.
- Izvesti Vietove formule.
- Učenici kroz zadatke različite složenosti treba da usvoje i znaju primjenjivati Vijetove formule.
- Koristeći Vietove formule učenici demonstriraju kako se može formirati kvadratna jednačina ako se znaju njena rješenja.

- Na elementarnim primjerima učenici pokazuju da se primjenom Vijetovih formula može doći do rješenja kvadratnih jednačina.
- Izvesti formule za rastavljanje kvadratnog trinoma na linearne činioce. Učenici je primjenjuju na prostim primjerima.
- Učenici rješavaju zadatke u kojima prepoznaju jednačine koje se svode na kvadratne jednačine.
- Kvadratnu funkciju uvoditi postepeno, koristeći se znanjem o stepenim funkcijama.
- Učenici rješavaju zadatke sa kojima demonstriraju znanje crtanja grafika funkcija oblika:  $y = ax^2$ ,  $y = ax^2 + c$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ , i svaki put ističu njihova svojstva. Svoj rad provjeravaju crtanjem grafika funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili ...).
- Učenik, korišćenjem više metoda, demonstrira rješavanje kvadratnih nejednačina. Posebno se uvježbava grafička metoda.
- Pri rješavanju jednostavnijih primjera sistema jednačina obavezno se daje grafička interpretacija.
- Pri rješavanju iracionalnih jednačina navoditi oblast definisanosti zadanih izraza. Na primjerima objasniti kako ona utiče na rezultat.
- Svaka faza u usvajanju novih znanja može se pratiti kratkim, elementarnim i sadržajnim testovima.
- Zbog važnosti ove nastavne teme stalno pratiti nivo znanja koji učenici stiču i, ako ima potrebe, pojedinim nastavnim jedinicama posvetiti više pažnje.

#### **Tema:** Eksponencijalna i logaritamska funkcija

- Obnoviti osnovna znanja o stepenima i osnovne operacije sa stepenima.
- Pri rješavanju eksponencijalnih jednačina učenici navode pravila koja se koriste.
- Učenici crtaju grafike eksponencijalnih funkcija i ističu njihova svojstva. Svoj rad provjeravaju crtanjem grafika tih funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili ...).
- Logaritamsku funkciju uvesti kao inverznu funkciju eksponencijalne funkcije.
- Učenici objašnjavaju zašto su eksponencijalna i logaritamska funkcija međusobno inverzne funkcije.
- Učenici crtaju grafike logaritamskih funkcija i ističu njihova svojstva. Svoj rad provjeravaju crtanjem grafika tih funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili ...).
- Na prostim primjerima učenici navode oblast definisanosti logaritamske funkcije i navode vezu s oblašću vrijednosti eksponencijalne funkcije.
- Pri rješavanju jednačina učenici koriste grafičke prikaze. Svoj rad provjeravaju crtanjem grafika tih funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili ...).
- Pratiti svaku fazu 10-minutnim testovima s elementarnim zadacima koji služe da se zaključi do koje mjere učenici usvajaju nova znanja i kako poboljšati nastavu. Ovi testovi ne predstavljaju vid ocjenjivanja učenika.

#### **Tema:** Trigonometrijske funkcije

- Svaku nastavnu jedinicu potrebno je pratiti odgovarajućim grafičkim prikazom.
- Učenici mjere uglove, stepen pretvaraju u radijane i obrnuto.
- Učenici navode osnovne trigonometrijske funkcije oštrog ugla pravougloga trougla.
- Učenici izvedu tablicu vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih oštarih uglova.
- Izvesti obrasce za površinu trougla koristeći se trigonometrijskim funkcijama i primijeniti ih na računanje površina geometrijskih figura.

- Stečena znanja učenici treba da primjenjuju na rješavanje zadataka iz drugih predmeta – u okviru međupredmetnih tema (npr. fizika: projekcija vektora sile na osu, oscilacije itd).
- Učenici rješavaju jednačine tipa:  $\sin x = \frac{1}{2}$ ,  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  itd. gdje je  $x$  oštar ugao.
- Osmisliti zadatke u kojima učenici da bi ih riješili koriste kalkulator, čime ovladavaju njihovom upotrebom i shvataju njegovu primjenu.
- Izvesti proste trigonometrijske identitete i uvježbavati ih na jednostavnijim primjerima sve dok ih učenici ne usvoje.
- Rješavanjem što više zadataka iz geometrije pomoću trigonometrijskih funkcija, učenici demonstriraju ulogu i značaj njihove primjene.
- Stečena znanja učenici treba da primjenjuju na rješavanje zadataka iz drugih predmeta – u okviru međupredmetnih tema (kasnije, kada usvoje pojam vektora npr. fizika: projekcija vektora sile na osu, oscilacije itd).

#### **Tema: Vektori**

- Isticati trokomponentnost pojma vektora.
- Pri rješavanju i objašnjavanju zadataka i novih nastavnih jedinica obavezno koristiti grafički prikaz.
- Ilustrovati primjenu vektora u fizici (npr. sila, slaganje sila, kretanje tijela u ravni, brzina, ...).
- Učenici rješavaju zadatke iz geometrije primjenjivanjem vektorskog računa.
- Učenici navode osobine skalarnog i vektorskog proizvoda rješavajući prostije zadatke.
- Učenici određuju ugao između dvije prave, tj. dva vektora, dužine vektora itd. koristeći skalarni proizvod.
- Na prostim primjerima pokazati da skalarni proizvod ima poseban značaj u fizici pri izračunavanju izvršenog rada, sile, brzine itd.
- Učenici primjenjuju intenzitet vektorskog proizvoda za računanje površine paralelograma i drugih geometrijskih figura.
- Na prostim primjerima pokazati da vektorski proizvod ima primjenu u fizici u sklopu elektromagnetnog polja, Lorencove sile, momenta sile, momenta impulsa itd.

### **TREĆI RAZRED**

#### **Tema: Trigonometrija**

- Obnoviti gradivo iz trigonometrije koje se uči u II razredu.
- Prije prelaska na uopštenje pojma ugla, učenici rade mali test iz trigonometrije koji treba da sadrži elementarne zadatke, čime se provjerava znanje i vještine učenika.
- Učenici razumiju i koriste trigonometrijsku kružnicu za prikazivanje uglova.
- Trigonometrijske funkcije uvesti pomoću trigonometrijske kružnice.
- Znak trigonometrijskih funkcija i periodičnost određivati pomoću trigonometrijske kružnice.
- Koristeći trigonometrijsku kružnicu učenici izvode formule za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla svođenjem na ugao prvog kvadranta.
- Raditi zadatke gdje se računaju vrijednosti trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla.
- Rješavati jednačine oblika  $\sin x = a$ ,  $\cos x = b$  ...,  $x \in R$ .
- Trigonometrijske formule izvoditi korišćenjem trigonometrijske kružnice, a neke formule i algebarski.
- Kao seminarski rad učenici izvode trigonometrijske formule i rješavaju zadatke u kojima se te formule koriste. Svoj rad izlažu na času/časovima redovne i dodatne nastave.
- Za traženje vrijednosti trigonometrijskih funkcija nestandardnih uglova učenik koristi kalkulator.

- Kao seminarski rad učenici izvode trigonometrijske formule i rješavaju zadatke u kojima se te formule koriste. Svoj rad izlažu na času/časovima redovne i dodatne nastave.
- Radom na ovoj temi učenici prepoznaju situacije u kojima se koriste trigonometrijske formule i njihovim korišćenjem rješavaju praktične zadatke.
- Svoj rad učenici provjeravaju crtanjem grafika trigonometrijskih funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili ...).
- Učenici treba da shvate značaj trigonometrije u matematici, njenu ulogu u razvoju matematike kao i primjenljivost prilikom rješavanja ne samo čisto matematičkih zadataka, već i zadataka fizike, geografije, astronomije, u navigaciji.

#### **Tema: Stereometrija**

- Formula kojom se računa zapremina prizme izvodi se manje formalno, daje se samo skica dokaza.
- Teorema o tri normale samo formulisati i prikazati crtežom, ilustrovati je na primjerima tijela koja se izučavaju (uzajamni položaj visina), a zatim je koristiti u primjerima kada se računaju površine i zapremine rogljastih tijela.
- Teorema o tri normale može se dokazati na dodatnoj nastavi sa boljim učenicima.
- Formulu kojom se računa zapremina piramide ne treba izvoditi.
- Formulu za računanje zapremine kupe treba ispisati pozivajući se na analogiju s piramidom.
- U okviru ove teme poželjno je učenicima pokazati modele tijela koja se izučavaju, ili njihove animacije na kompjuterima.
- Učenici pored standardnih zadataka rade i zadatke u kojima se za njihovo rješavanje koriste znanja iz geometrije ravni, vektora i trigonometrije.

#### **Tema: Krive drugoga reda**

- Učenici rade zadatke u kojima formiraju jednačine kružnice čiji se centar nalazi u tački  $A(a,b)$  a poluprečnik je  $R$ , a zatim zadatke u kojima treba da odrede koordinate centra i poluprečnik kružnice zadate jednačinom  $Ax^2 + Ay^2 + Bx + Cy + D = 0$ .
- Učenici treba da odrede uslove da prava siječe kružnicu, dodiruje kružnicu ili s kružnicom nema zajedničkih tačaka i sve to ilustruju prostim zadacima.
- Učenici samostalno rješavaju zadatke u kojima treba formirati jednačinu tangente kružnice koja prolazi kroz tačku na kružnici i tačku van kružnice.
- Jednačine elipse, hiperbole i parabole se ne izvode. Treba ukazati na geometrijsko značenje koeficijenata u tim jednačinama.
- Pri izučavanju odnosa prave i pomenutih krivih treba istaći važnost uslova dodira.
- Rješenja nekih od zadataka ilustrovati crtanjem grafika tih krivih u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili ...).

#### **Tema: Metod matematičke indukcije. Aritmetička i geometrijska progresija**

- Na jednostavnim primjerima učenici usvajaju metod matematičke indukcije.
- Birati zadatke koji nijesu opterećeni tehničkim detaljima. Bitno je da učenik usvoji metod, prepozna primjere u kojima se može primijeniti i shvati snagu metoda.
- Poželjno je da učenici rješavaju zadatke iz ekonomije, fizike, biologije ... u kojima se pojavljuju aritmetička i geometrijska progresija.



## ČETVRTI RAZRED

### Tema: Elementi matematičke analize

- Tema brojnih nizova se izlaže manje formalno, s ciljem da učenici dobiju osnovnu informaciju o pojmu niza i graničnoj vrijednosti niza.
- Graničnu vrijednost niza treba uvesti oslanjajući se na geometrijsko tumačenje, kroz primjere konvergentnih i nekonvergentnih nizova.
- Teorema o monotonim i ograničenim nizovima se ne dokazuje, ali treba dati geometrijsku ilustraciju ove teoreme.
- Skicirati dokaz tvrdjenja  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0, |q| < 1$  i  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ .
- Tereba uraditi zadatke u kojima se površine i/ili obim nekih geometrijskih figura, npr. kruga, dobijaju kao granične vrijednosti nizova.
- Graničnu vrijednost i neprekidnost funkcije treba predavati pozivajući se na geometrijsku ilustraciju – korišćenjem okoline tačke.
- Na prostim primjerima učenici usvajaju graničnu vrijednost i neprekidnost funkcije.
- Učenici, u okviru ove teme, stiču prva znanja iz matematičke analize.

### Tema: Elementi diferencijalnog računa

- Pojam izvoda treba uvesti koristeći se njegovom geometrijskom i mehaničkom interpretacijom.
- Učenici treba da znaju i primjenjuju pravila određivanja izvoda zbira, razlike, proizvoda i kompozicije funkcija.
- Od navedenih pravila treba dokazati jedino pravilo određivanja izvoda zbira funkcija. Ostala pravila ilustruju se jednostavnim primjerima.
- Učenici treba da znaju računanje prvog izvoda funkcije u tačkama nekog intervala.
- Učenici primjenjuju operacije diferenciranja, i znaju da se kao rezultat te operacije dobija funkcija, koja je definisana na tom intervalu, i da se zove izvodnom funkcijom.
- Učenici treba da usvoje računanje izvoda višeg reda i da ga znaju primijeniti na ispitivanje i crtanje grafika jednostavnih elementarnih funkcija (monotonost, ekstremne vrijednosti, konkavnost, konveksnost, prevojne tačke).
- Poželjno je da učenici primjenom diferencijalnog računa rješavaju proste zadatke iz ekonomije, fizike, biologije ...

### Tema: Elementi integralnog računa

- Ovu teoriju treba izlagati manje formalno.
- Primitivnu funkciju i neodređeni integral uvesti koristeći se njihovim mehaničkim interpretacijama (zakon kretanja materijalne tačke po pravoj liniji).
- Učenici treba da uvježbaju računanje neodređene integrale metodama predviđenim ovim nastavnim programom.
- Određeni integral treba uvesti – definisati koristeći se njegovom geometrijskom interpretacijom (površina krivolinijskog trapeza).
- Učenici treba da prepoznaju da Njutn-Lajbnicova integralna formula daje vezu između određenog i neodređenog integrala.
- Treba da razumije zašto se površine ravnih figura i zapremina rotacionih tijela računaju pomoću određenog integrala.

- Pomoću određenog integrala učenici računaju površinu trougla i kruga, zapreminu kupe, lopte itd.
- U ovoj nastavi treba koristiti gotove animacije koje se odnose na određeni integral.
- Poželjno je da učenici uz pomoć nastavnika pronalaze i pomoću integralnog računa rješavaju prostije praktične zadatke iz ekonomije, fizike, hemije, biologije...

**Tema:** Elementi kombinatorike i vjerovatnoće

- Kroz primjere doći do formula za računanje broja varijacija i kombinacija bez ponavljanja, a zatim dati učenicima da ih dokažu primjenom matematičke indukcije.
- Učenici prvo rješavaju prostije, a zatim složenije zadatke iz kombinatorike.
- Poželjno je neke kombinatorne zadatke ilustrovati na primjerima iz genetike i fizike (rasporedi elektrona po orbitama itd).
- Poželjno je da učenici rade i kombinatorne zadatke koji su vezani za konkretne životne situacije.
- Učenici treba da prave razliku između slučajnog i determinističkog događaja.
- Kod učenika treba graditi intuiciju i razvijati shvatanje pojma klasične vjerovatnoće.
- Preporučujemo da se rade jednostavni vjerovatnosni zadaci.
- Smisao obrade ove teme je upoznavanje elementarnih pojmova kombinatorike i vjerovatnoće na nivou koji ulazi u osnovna – standard znanja obrazovane osobe.

Kad je god moguće, u svakoj nastavnoj jedinici navesti neki detalj iz istorije matematike.

Uz preporuku odgovarajuće literature, nastavnici učenicima mogu predložiti teme iz istorije matematike kao seminarske radove, koje će oni prezentovati ostalim učenicima.

Boljim učenicima treba postavljati složenije zadatke za čije rješavanje treba kombinovati aritmetičko-algebarska znanja i znanja iz geometrije. Ovo bi doprinijelo da ti učenici prodube svoja matematička znanja i vještine.

## **G. PRILAGOĐAVANJE PROGRAMA DJECI SA POSEBNIM OBRAZOVNIM POTREBAMA I NADARENIM UČENICIMA**

### **a) Prilagođavanje programa djeci sa posebnim obrazovnim potrebama**

Zakon o vaspitanju i obrazovanju djece sa posebnim obrazovnim potrebama, članom 12 definiše način prilagođavanja nastave i učenja učenicima sa posebnim obrazovnim potrebama koji se školuju po Programu uz obezbjeđivanje dodatnih uslova, pomagala i stručne pomoći u gimnazijskom obrazovanju.

U zavisnosti od smetnji i teškoća u razvoju, sposobnosti i potreba učenika, individualni program omogućava mijenjanje, prilagođavanje i individualizaciju metodike kojom se sadržaji realizuju.

Primjer: za učenika bez ostatka vida, škola treba da u saradnji s Resursnim centrom Podgorica obezbijedi udžbenike na Brajevom pismu, elektronske udžbenike, omogući siguran i bezbjedan prostor, bez barijera i sl.

## **b) Prilagođavanje programa nadarenim učenicima**

Za nadarene učenike nastavnik prilagođava program matematike na način što u okviru redovnog programa bira zadatke i sadržaje koji će produbiti i proširiti njihovo znanje.

Navedeno nastavnik može da realizuje tako što će nadarenim učenicima koji pokazuju sklonost ka učenju matematike u okviru redovne i dodatne nastave, predložiti:

- rješavanje odabranih zadataka iz programa koji se uči po nastavnom programu razreda koji učenici pohađaju;
- da pripreme i prezentuju zanimljive zadatke i priče o matematičarima iz tema koje se nalaze u programima matematike prethodnih razreda i razreda koji učenici pohađaju;
- grupni rad tih učenika;
- male istraživačke projekte.

Sve navedeno učenici treba da demonstriraju na nivou svog odjeljenja ili svih odjeljenja istog ili višeg razreda.

## **H. VREDNOVANJE OBRAZOVNO-VASPITNIH ISHODA**

Vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda je važna komponenta nastave matematike i ono se mora kontinuirano sprovoditi u toku izvođenja nastave. Pored vrednovanja uspjeha učenika ono omogućava nastavniku samoevaluaciju, na osnovu koje može da koriguje svoj pedagoški rad.

Kako obrazovno-vaspitni ishodi učenja obuhvataju:

- međusobno poštovanje i povjerenje učenika i nastavnika;
- individualnost;
- permanentnost;
- aktivnost učenika u utvrđivanje i sticanje novih znanja u nastavnom procesu;
- podsticanje radoznalosti učenika i njegov osjećaj napredovanja;
- motivisanje učenika za učenje matematike kroz razvijanje i osposobljavanje učenika za samoučenje;
- provjeru znanja i vještina,
- ocjenjivanje,
- upoznavanje učenika i roditelja sa postignućem učenika,

to se *vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda* učenika mora zasnivati na navedenim elementima i mora se posmatrati kao jedna dinamička cjelina.

Tokom nastave, nastavnik *sa učenicima* treba da izgradi odnos *poštovanja i povjerenja*. Ovo je posebno značajno kada se sprovede aktivnosti koje se odnose na vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda. U toku ovih aktivnosti nastavnik treba da gradi takav odnos i atmosferu u kojoj se učenik neće osjećati kao neko kome se sudi i presuđuje, a nastavnik doživljava kao suprotstavljena strana, koji je tu samo da utvrdi znanje i zabilježi ocjenu. Uvijek treba izbjegavati stresne situacije i stanja.

*Individualnost* u vrednovanju obrazovno-vaspitnih ishoda podrazumijeva da se vrednovanje sprovodi individualno, posebno za svakog učenika na način što se vrednuju njegove mogućnosti (sposobnosti),

učenikova zainteresovanost za rad i sticanje znanja i vještina, trud koji ulaže pri učenju, uslovi u kojima uči, znanje koje je postigao, vještine kojima je ovladao itd.

*Permanenost* podrazumijeva kontinuirano praćenje rada i napredovanja svakog učenika posebno i njegovu motivaciju za učenje matematike.

Kriterijumi ocjenjivanja izvode se iz ishoda programa i govore nam šta se očekuje od učenika da zna, razumije i/ili je sposoban da pokaže i uradi.

Vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda ne treba da se svodi samo na puku provjeru znanja učenika, nego ga treba osmisliti tako da u toku provjere učenik *utvrđuje* pređeno gradivo, sa nastavnikom *razjašnjava* pojmove i dileme koje ima u okviru pojedinih tema, postavlja pitanja koja se tiču sticanja novih znanja, tj. *produbljuje svoje znanje* itd.

*Podsticanje radoznalosti* učenika i njegov osjećaj napredovanja u sticanju znanja i vještina su posebni izazovi sa kojima se susrijeću nastavnici u procesu nastave. Oni su od presudnog značaja za postizanje dobrih rezultata učenika. Oni su i u direktnoj vezi i sa *samoučenjem* i motivisanjem učenika za učenje matematike.

*Ocjenjivanje* treba da bude javno tako da svaki učenik i njegovi roditelji, ne samo da treba da znaju ocjenu koju je učenika dobio, nego treba da budu upoznati i sa napredovanjem i svim nedostacima koje učenik ima u procesu učenja matematike.

U cilju objektivnijeg i efikasnijeg ocjenjivanja, potrebno je da nastavnici na nivou stručnog aktiva ishode učenja razvrstaju na: *osnovni nivo*, *srednji nivo* i *viši nivo*.

#### **a) Elementi praćenja učenika u nastavi**

##### **Znanje**

Znanje učenika se sastoji od *deklarativnog i proceduralnog znanja*.

\* *Deklarativno znanje* obuhvata znanje i razumjevanje osnovnih matematičkih pojmova o skupovima, brojevima skupova i njihovim svojstvima, tehnike računanja, pojmova geometrije, znanje matematičkih formula i elementarnih funkcija i osnovnih pojmova matematičke analize, kombinatorike i vjerovatnoće. Ovim znanjem učenici rješavaju proste matematičke zadatke. Ovo znanje predstavlja osnovni nivo znanja učenika.

\* *Proceduralno znanje* obuhvata ne samo znanje kako se nešto radi nego i zašto se nešto radi. Ono obuhvata razumjevanja izvođenja matematičkih formula i teorema i njihovu primjenu za rješavanje matematičkih zadataka različite težine. Obuhvata primjenu matematičkih formula, pravila, tehnika računanja, algoritama i tvrđenja u rješavanju zadataka realnog života i složenijih problema.

*Deklarativno i proceduralno znanje* kod učenika razvijaju matematičko i logičko mišljenje i zaključivanje, upotrebu korišćenje matematičkog jezika i simbola, razvijaju sposobnost generalizovanja i dokazivanja, kritičkog mišljenja, matematičke kulture. Pomoću ovih znanja kod učenika se izgrađuju i formiraju matematičke vještine koje su im potrebne za funkcionalno korišćenje matematikih znanja.

##### **Vještine**

Vještine u nastavi matematike čine: *kognitivne vještine*, *komunikacione i socijalno-emocionalne vještine* i *praktične- psihomotorne vještine*.

- *Kognitivne vještine* predstavljaju sposobnost učenika da samostalno stiče znanje, analizira uslove zadatka, upoređuje dobijene rezultate, povezuje različite matematičke sadržaje, izvodi pravilne zaključke. Ove vještine omogućavaju učenicima da razvijaju kreativnost kroz rješavanje različitih praktičnih zadataka i problema, kao i primjenu matematičkog znanja-aparata u rješavanju zadataka iz međupredmetnih sadržaja.
- *Komunikacione i socijalno-emocionalne vještine* obuhvataju sposobnost učenika da jasno, precizno i sistematično izloži matematičke sadržaje (rješenje zadataka, svoje ideje, dokaze matematičkih tvrđenja, prezentacije itd) usmeno i/ili pismeno. Ove vještine obuhvataju i spremnost učenika na saradnju, prihvatanja drugačijeg mišljenja i ideja, timski rad, spremnost da koristi argumentaciju itd.
- *Praktične- psihomotorne vještine* sadrže vještinu korišćenja pribora za crtanje, izradu geometrijskih modela, tabela i raznog didaktičkog i drugog materijala koji bi se koristio u nastavi matematike ili danima nauke.

#### **Odnos učenika prema radu i obavezama u školi**

Praćenje i vrednovanje *odnosa učenika prema radu i obavezama u školi*, pored inicijativnosti, odgovornosti i samokontrole učenika, obuhvata i *aktivnost učenika na časovima redovne nastave i njihovu odgovornost prema obavezama iz nastave matematike (domaći rad, dopunska i dodatna nastava, seminarski rad, eksterna kontrola, izrada didaktičkog materijala itd)*. Ovo praćenje treba da bude *permanently*. Njegove pokazatelje nastavnik treba da analizira i u skladu sa njima da vrši korekciju svoje nastave i odnos prema učenicima.

#### **b) Kriterijumi praćenja i ocjenjivanja**

U cilju objektivnijeg i efikasnijeg ocjenjivanja, potrebno je da nastavnici na nivou stručnog aktiva ishode učenja razvrstaju na: *osnovni nivo, srednji nivo i viši nivo. Učenik koji ima srednji nivo znanja mora vladati i osnovnim nivoom znanja, a učenici koji imaju viši nivo znanja moraju vladati i osnovnim i srednjim nivoom znanja.*

Učenici koji ovladaju znanjima koja odgovaraju *osnovnom nivou* ishoda učenja treba da budu ocijenjeni sa prelaznom ocjenom *dovoljan 2*. Većina učenika morala bi da teži sticanju znanja koja su navedena u okviru srednjeg *nivoa*, pa i nastava treba da bude koncipirana tako da se ovaj cilj ostvari, a učenici koji ovladaju ovim nivoom znanja se ocijenjuju ocjenama *dobar 3* ili *vrlo dobar 4*. Učenik će zaslužiti najveću ocjenu *odličan 5* ukoliko ovlada znanjima i vještinama koja su sadržana u *višem nivou*.

## Kriterijumi ocjenjivanja znanja

### I razred

Osnovni nivo	Srednji nivo	Viši nivo
<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– navodi elemente skupa ako je on zadat pomoću nekog svojstva</li> <li>– razlikuje skupovne operacije: uniju, presjek, razliku i zna ih predstaviti Venovim dijagramom, rješava lakše zadatke vezane za već pomenutu materiju</li> <li>– objašnjava pojam komplementa skupa i povezuje ga s razlikom skupova</li> <li>– prepoznaje osnovne osobine skupovnih operacija</li> <li>– prepoznaje Dekartov proizvod</li> <li>– prepoznaje skupove N, Z, Q i računa do automatizma s prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima</li> <li>– primjenjuje kriterijum djeljivosti s brojevima 2, 3, 5, 6, 9, 10</li> <li>– razlikuje proste i složene brojeve</li> <li>– prepoznaje iracionalan broj</li> <li>– usvoji <math>N \subset Z \subset Q \subset R</math></li> <li>– prepoznaje i primjenjuje na jednostavnijim primjerima: razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub zbira i razlike itd.</li> <li>– prepoznaje algebarske razlomke i rješava jednostavnije primjere</li> <li>– prepoznaje linearnu funkciju i zna da nacrtati njen grafikon</li> </ul>	<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– vlada skupovnim operacijama do automatizma na jednostavnijim primjerima i zna vezu između skupovnih i logičkih operacija</li> <li>– navodi osnovne osobine skupovnih operacija</li> <li>– usvojio je pojam relacije i njene osobine na konačnim skupovima</li> <li>– razlikuje vrste preslikavanja</li> <li>– opisuje skupove N, Z, Q</li> <li>– u skupovima N i Z razumije i koristi pet osnovnih osobina operacija: komutativnost zbira i proizvoda, asocijativnost zbira i proizvoda i distributivni zakon</li> <li>– zna <math>a + 0 = a, a + (-a) = 0,</math> <math>a \cdot 1 = a, a \cdot 0 = 0, a \cdot (-1) = -a.</math></li> <li>– navodi iracionalne brojeve</li> <li>– primjenjuje u zadacima razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub zbira i razlike itd.</li> <li>– vlada osnovnim operacijama s algebarskim razlomcima</li> <li>– zna da na osnovu datih podataka odredi linearnu funkciju i nacrtati njen grafikon i grafikon funkcije <math>y =  x </math></li> <li>– rješava linearne jednačine i nejednačine koje prethodno treba transformisati na elementarne (bez nepoznate u imeniocu i parametra)</li> <li>– daje geometrijsku interpretaciju rješenja sistema dvije linearne jednačine s dvije nepoznate i zna da riješi sistem oblika <math>\frac{4}{x} + \frac{6}{y} = 0, \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = -\frac{17}{18}.</math></li> <li>– poznaje svojstva trougla, četvorougla</li> <li>– vlada stavovima podudarnosti i sličnosti</li> <li>– radi jednostavnije konstrukcije trougla i četvorougla.</li> </ul>	<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rješava tekstualne zadatke iz teorije skupova</li> <li>– razumije svojstva relacija <math>\leq, &lt;</math> na skupovima N i Z</li> <li>– razumije <math>p</math> relaciju djeljivosti i primjenjuje zapis: <math>m   n</math> <i>akko</i> <math>n = k \cdot m, m, n, k \in N</math></li> <li>– primjenjuje Euklidov algoritam za traženje NZD</li> <li>– zna dokazati da je broj <math>\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5} - \sqrt{2}</math> itd. iracionalan</li> <li>– usvaja pojam relacije ekvivalencije i relacije poretka</li> <li>– radi složenije zadatke iz relacija zdatih na skupovima Z, Q, R</li> <li>– crta grafikon funkcija <math>y =   x - 1  + 2 ,</math> <math>y =  1 - x  -  x - 2 </math> i slično</li> <li>– primjenjuje i kombinuje na složenijim zadacima razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub zbira i razlike itd.</li> <li>– uprošćava složenije primjere algebarskih razlomaka</li> <li>– rješava složenije primjere linearnih jednačina i nejednačina (jednačine s nepoznatom u imeniocu, s parametrima i apsolutnim vrijednostima i nejednačine s parametrima i oblika <math>\frac{2x - 3}{1 - x} \leq \frac{1}{5}</math></li> <li>– riješava sistem tri jednačine s tri nepoznate i diskutuje rješenja sistema od dvije jednačine s dvije nepoznate</li> <li>– analizira, konstruiše trougao i diskutuje zadatke tipa: <math>t_a, t_b, t_c</math> itd.</li> <li>– konstruiše složenije zadatke kod kvadrata, paralelograma, trapeza, itd.</li> <li>– razumije Talesovu teoremu, razlikuje homotetiju i sličnost, zna da primijeni sličnost na pravouglom trouglu.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>– rješava jednostavniju linearnu jednačinu i nejednačinu</li> <li>– prepoznaje i rješava jednostavan sistem dvije linearne jednačine s dvije nepoznate</li> <li>– primjenjuje formule za računanje površine trougla i rastojanja između dvije tačke</li> <li>– navodi jednačinu prave na razne načine</li> <li>– razlikuje podudarne i slične figure.</li> </ul>		
---	--	--

## II razred

Osnovni nivo	Srednji nivo	Viši nivo
<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– prepoznaje stepen s cijelim izložiocem i razlikuje  <math>(-1)^{2k} = 1, (-1)^{2k-1} = -1</math></li> <li>– prepoznaje stepenu funkciju</li> <li>– prepoznaje korijen i korijenu funkciju</li> <li>– računa sa stepenima i korijenima (osnovne operacije)</li> <li>– prepoznaje stepen čiji je izložilac racionalan broj i usvaja vezu  <math>\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}</math></li> <li>– prepoznaje jednostavnu iracionalnu jednačinu</li> <li>– prepoznaje imaginarnu jedinicu i kompleksan broj u algebarskom obliku</li> <li>– prepoznaje kvadratnu funkciju, jednačinu i nejednačinu</li> <li>– rješava elementarne kvadratne jednačine i nejednačine</li> <li>– prepoznaje eksponencijalnu funkciju, jednačinu i nejednačinu</li> <li>– rješava elementarne eksponencijalne jednačine</li> <li>– prepoznaje logaritamsku funkciju, jednačinu i nejednačinu</li> <li>– prepoznaje logaritam i zna da riješi zadatke tipa</li> </ul>	<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– primjenjuje <math>a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}</math></li> <li>– računa sa stepenima</li> <li>– računa s korijenima</li> <li>– objašnjava nastanak skupa kompleksnih brojeva <b>C</b></li> <li>– računa s kompleksnim brojevima u algebarskom obliku</li> <li>– navodi vrijednosti stepena imaginarne jedinice</li> <li>– određuje konjugovano kompleksne brojeve</li> <li>– navodi geometrijsku interpretaciju kompleksnog broja i apsolutnu vrijednost</li> <li>– rješava kvadratne jednačine i nejednačine</li> <li>– primjenjuje Vietove formule</li> <li>– rješava sistem od jedne kvadratne i jedne linearne jednačine</li> <li>– crta grafik kvadratne funkcije</li> <li>– crta grafik eksponencijalne i logaritamske funkcije</li> <li>– upotrebljava pravila za računanje logaritma</li> <li>– rješava prostije jednačine u kojima se javljaju eksponencijalne i logaritamske funkcije</li> </ul>	<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– crta grafike elementarnih stepenih funkcija i uočava svojstva za <math>n = 2k</math> i <math>n = 2k + 1</math></li> <li>– računa sa stepenima čiji je izložilac racionalan broj (složeniji zadaci)</li> <li>– prepoznaje vezu između stepene i korijene funkcije</li> <li>– računa s korijenima (složeniji zadaci)</li> <li>– uprošćava složeniji algebarski razlomak u kojem se pojavljuju stepeni i korijeni</li> <li>– objašnjava geometrijsku interpretaciju kompleksnog broja i apsolutnu vrijednost <ul style="list-style-type: none"> <li>– u kompleksnoj ravni predstavlja skup obika: <math>1 \leq  z  &lt; 2,  z - i  = 2</math></li> </ul> </li> <li>– objašnjava relacije  <math>N \subset Z \subset Q \subset R \subset C</math></li> <li>– zapisuje kvadratnu funkciju ako su dati različiti podaci</li> <li>– crta kvadratnu funkciju koristeći se graficima funkcija  <math>y = ax^2, y = ax^2 + c</math></li> <li>– primjenjuje vezu između diskriminante i broja rješenja kvadratne jednačine i pravi paralelu s brojem nula kvadratne funkcije</li> <li>– primjenjuje Vietove formule i zna napisati kvadratnu jednačinu ako su poznata njena rješenja</li> </ul>

<p> <math>\log_2 8 = x, \log_3 x = -2,</math>  <math>\log_{\frac{1}{5}} \sqrt{25} = x.</math> </p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– prepoznaje trigonometrijske funkcije</li> <li>– prepoznaje stepen i radijan</li> <li>– navodi tablicu vrijednosti trigonometrijskih funkcija za <math>30^\circ, 60^\circ, 45^\circ.</math></li> <li>– prepoznaje pojam vektora i razlikuje ga od pojma skalara</li> <li>– sabira i oduzima dva vektora</li> <li>– prepoznaje skalarni i vektorski proizvod.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– navodi definicije trigonometrijskih funkcija oštrog i proizvoljno zadatog ugla</li> <li>– navodi vezu između stepena i radijana</li> <li>– navodi i primjenjuje trigonometrijske identitete za oštar i proizvoljan ugao</li> <li>– koristi trigonometrijsku kružnicu za predstavljanje proizvoljnog ugla</li> <li>– objašnjava trokomponentnost vektora</li> <li>– sabira vektore i množi vektor brojem</li> <li>– računa dužinu vektora i skalarni proizvod dva vektora</li> <li>– navodi definiciju vektorskog proizvoda.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– daje geometrijsku interpretaciju rješenja sistema jedne kvadratne i jedne linearne jednačine</li> <li>– rješava složenije primjere kvadratnih jednačina i nejednačina</li> <li>– rješava iracionalne jednačine</li> <li>– crta grafike složenijih eksponencijalnih i logaritamskih funkcija tipa:  <math>y = 2^{ x }, y = 3^{-x}, y = 2 \ln(2-x) + 3,</math>  <math>y =  \ln x </math> </li> <li>– rješava složenije primjere eksponencijalnih i logaritamskih jednačina</li> <li>– primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete i trigonometrijsku kružnicu</li> <li>– koristi vezu među komplementnim uglovima</li> <li>– svodi na I kvadrant period osnovnih trigonometrijskih funkcija</li> <li>– koristi trigonometrijsku kružnicu da pročita svojstva trigonometrijskih funkcija</li> <li>– rješava elementarne trigonometrijske jednačine</li> <li>– primjenjuje stečena znanja iz trigonometrije kod rješavanja geometrijskih zadataka</li> <li>– rješava elementarne trigonometrijske jednačine</li> <li>– objašnjava linearnu zavisnost i nezavisnost vektora</li> <li>– prikazuje vektor u pravouglome koordinatnom sistemu</li> <li>– objašnjava razliku između skalarnog i vektorskog proizvoda i računa ugao između dva vektora i površinu paralelograma određenog tim vektorima</li> <li>– stečena znanja kombinuje na raznim zadacima.</li> </ul>
--	---	---



***III razred***

Osnovni nivo	Srednji nivo	Viši nivo
<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– navodi i primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete za proizvoljan ugao</li> <li>– koristi trigonometrijsku kružnicu i zna da predstavi proizvoljan ugao</li> <li>– crta grafike osnovnih trigonometrijskih funkcija</li> <li>– neposredno primjenjuje sinusnu i kosinusnu teoremu</li> <li>– rješava trougao u najjednostavnijim slučajevima</li> <li>– primjenjuje adicione formule</li> <li>– primjenjuje formule za računanje trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla</li> <li>– primjenjuje formule za računanje trigonometrijske funkcije polougla</li> <li>– rješava trigonometrijske jednačine oblika  <math>\sin x = a,</math>  <math>\cos x = a, \operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a.</math></li> <li>– primjenjuje formule za računanje površine trougla</li> <li>– računa ugao između dvije prave</li> <li>– računa površinu i zapreminu prizme</li> <li>– računa površinu i zapreminu piramide u elementarnim slučajevima</li> <li>– računa površinu i zapreminu zarubljene piramide u elementarnim slučajevima</li> <li>– računa površinu i zapreminu valjka</li> <li>– računa površinu i zapreminu kupe</li> <li>– računa površinu i zapreminu zarubljene kupe</li> <li>– definiše sferu i loptu</li> <li>– objašnjava šta je kalota, loptin podsječak i loptin sloj</li> <li>– primjenjuje formule za računanje zapremine lopte i loptina odsječka</li> <li>– primjenjuje formule za računanje površine sfere i kalote,</li> <li>– traži rastojanje između dvije tačke</li> <li>– primjenjuje postupak kojim se duž dijeli u datome odnosu</li> <li>– računa površinu trougla zadatog koordinatama tjemena</li> </ul>	<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– crta grafike funkcija oblika  <math>y = A \sin(ax + b) + B,</math>  <math>y = A \cos(ax + b) + B</math></li> <li>– rješava trougao u standardnim slučajevima</li> <li>– primjenjuje trigonometrijske formule kod dokazivanja jednostavnih trigonometrijskih identiteta</li> <li>– primjenjuje trigonometrijske formule prilikom traženja vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova od  <math>15^0, 52, 5^0, 75^0</math> itd.</li> <li>– rješava standardne trigonometrijske jednačine težine  <math>\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = -0,5.</math></li> <li>– rješava standardne zadatke u kojima se nalaze elementi prizme: dijagonale, dijagonale strana, visina, ivice, presjeci, neki značajni uglovi</li> <li>– rješava standardne zadatke u kojima se nalaze elementi piramide i zarubljene piramide: visina, ivice, neki značajni uglovi</li> <li>– rješava standardne zadatke u kojima se nalaze elementi kupe i zarubljene kupe: visina, poluprečnik osnove, izvodnica, neki značajni uglovi</li> <li>– računa površinu i zapreminu tijela nastalog rotacijom pravougloga trapeza oko osnovica ili oko bočne stranice koja zaklapa prav ugao s osnovicama</li> <li>– računa rastojanje između paralelnih pravih</li> <li>– određuje jednačinu tangentu za tačke na kružnici</li> </ul>	<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rješava trigonometrijske jednačine tipa  <math>\sin(ax + b) = \sin(cx + d).</math></li> <li>– rješava trigonometrijske jednačine tipa  <math>\sin^2 x + b \sin x + c = d.</math></li> <li>– traži površinu i zapreminu tijela nastalog rotacijom romba oko ose koja je ortogonalna na njegovu stranicu i postavljena je u tjemenu kod oštrog ugla</li> <li>– razumije situacije u kojima se lopta može upisati u prizmu i valjak</li> <li>– rješava zadatke u kojima se lopta upisuje u prizmu i valjak</li> <li>– rješava elementarne zadatke primjenom metoda matematičke indukcije, stepena težine: dokazuje nejednakost  <math>2^{n+9} &gt; (n+9)^3, n \in N.</math></li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>– određuje jednačinu prave koja prolazi kroz dvije tačke</li> <li>– određuje jednačinu prave u segmentnom obliku</li> <li>– izračunava rastojanje tačke od prave</li> <li>– određuje jednačinu kružnice sa zadatim koordinatama centra i zadatim poluprečnikom</li> <li>– određuje jednačinu kružnice i ustanovi koordinate njenog centra i poluprečnik</li> <li>– navodi međusobni odnos prave i kružnice</li> <li>– prepoznaje jednačinu parabole i iz nje određuje koordinate žiže i direktrisu</li> <li>– skicira grafik parabole</li> <li>– navodi međusobni odnos prave i parabole</li> <li>– prepoznaje jednačinu elipse i iz nje ustanovi koordinate žiže</li> <li>– skicira grafik elipse</li> <li>– navodi međusobni odnos prave i elipse</li> <li>– prepoznaje jednačinu hiperbole i iz nje odredi koordinate žiže</li> <li>– određuje asimptote hiperbole</li> <li>– skicira grafik hiperbole</li> <li>– navodi međusobni odnos prave i hiperbole</li> <li>– rješava elementarne zadatke primjenom metoda matematičke indukcije, stepena težine: dokazati da je <math>1+2+\dots+(2n-1)=n^2</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math></li> <li>– uz posjedovanje konkretnih brojnih podataka primijeni Njutnovu binomnu formulu</li> <li>– razumije pojam aritmetičke progresije i primjenjuje formulu za računanje sume njenih članova</li> <li>– razumije pojam geometrijske progresije i primjenjuje formulu za računanje sume njenih članova.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– određuje jednačinu tangentu za tačke na paraboli</li> <li>– određuje jednačinu tangentu za tačke na elipsi</li> <li>– određuje jednačinu tangentu za tačke na hiperboli</li> <li>– rješava elementarne zadatke primjenom metoda matematičke indukcije, stepena težine: dokazati da je broj <math>n^3 + 5n</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math> djeljiv sa 6</li> <li>– rješava standardne zadatke s aritmetičkom i geometrijskom progresijom.</li> </ul>	
--	--	--

### IV razred

Osnovni nivo	Srednji nivo	Viši nivo
<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– iz zapisa kojim je zadat niz nalazi njegove članove</li> <li>– razumije pojam granične vrijednosti niza</li> <li>– traži graničnu vrijednost niza u elementarnim slučajevima,</li> </ul> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+1}$ <p>npr.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– zna da je</li> </ul> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e, \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0,  q  < 1.$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– izračunava sumu beskonačne geometrijske progresije</li> <li>– crta grafike elementarnih funkcija</li> <li>– određuje oblast definisanosti, nule, parnost, periodičnost, injektivnost, surjektivnost, bijektivnost funkcije</li> <li>– objašnjava pojam granične vrijednosti funkcije</li> <li>– primjenjuje <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1</math></li> <li>– računa graničnu vrijednost funkcije u elementarnim slučajevima npr.</li> </ul> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x+1}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– objašnjava neprekidnost funkcije</li> <li>– navodi i primjenjuje tablicu elementarnih izvoda</li> <li>– primjenjuje pravila za računanje izvoda zbira, proizvoda i količnika funkcija</li> <li>– primjenjuje pravilo za računanje izvoda složene funkcije</li> <li>– crta grafike jednostavnih funkcija težine: <math>y = x^2 - x^4</math>.</li> <li>– razumije vezu između integraljenja i diferenciranja</li> <li>– navodi svojstva neodređenog integrala</li> <li>– primjenjuje tablicu osnovnih integrala</li> </ul>	<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– traži graničnu vrijednost niza u jednostavnim slučajevima, npr.</li> </ul> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n + 1 + 0,3^n}{2n^2 + 0,1^n}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– računa graničnu vrijednost funkcije u elementarnim slučajevima npr.</li> </ul> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– razumije teoremu o monotonim i ograničenim nizovima</li> <li>– navodi definiciju pojma <i>izvod</i></li> <li>– razumije geometrijsku interpretaciju izvoda kao koeficijenta pravca tangente</li> <li>– razumije izvod kao brzinu tijela koje se kreće</li> <li>– rješava elementarne ekstremalne zadatke: nalazi dimenzije kvadra minimalne površine čija je osnova kvadrat a zapremina <math>V = 64 \text{ m}^3</math>.</li> <li>– definiše primitivnu funkciju i neodređeni integral</li> <li>– primjenjuje metod zamjene za računanje integrala težine</li> </ul> $\int \cos 3x \cos x dx, \int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx.$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– navodi i objašnjava određeni integral kao graničnu vrijednost integralne sume</li> <li>– računa površine jednostavnih figura nivoa težine: izračunava površinu figure koja je ograničena linijama <math>y =  x , y = 2 - x^2</math>.</li> <li>– računa zapreminu valjka, kupe i sfere te dužinu kružnice primjenom integrala</li> <li>– rješava jednostavne kombinatorne zadatke nivoa: iz grupe od 7 žena i 4 muškarca treba izabrati delegaciju – na koliko se načina može izabrati delegacija tako da se ona sastoji od: a) 3 žene i 2</li> </ul>	<p><b>Učenik:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– traži graničnu vrijednost niza u slučajevima poput:</li> </ul> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 3n}{n^2} \right)^{2n},$ <ul style="list-style-type: none"> <li>–</li> </ul> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– računa graničnu vrijednost funkcije u slučajevima npr.</li> </ul> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{20} - 1}{x^{10} - 1}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– rješava ekstremalne zadatke ove težine: kroz tačku koja leži u prvom kvadrantu konstruisati pravu koja s koordinatnim osama gradi trougao minimalne površine, oko sfere poluprečnika R opisati kupu minimalne zapremine</li> <li>– računa površine jednostavnih figura nivoa: izračunati površinu figure koja je ograničena linijama</li> <li>– radi kombinatorne zadatke nivoa težine: dvanaestoro djece iz dječjega vrtića treba da pređe ulicu i učiteljica želi da ih razvrsta u 6 parova; na koliko načina to može uraditi u slučaju: a) kad je bitan redosljed parova, b) kad nije bitan redosljed parova već samo ko sačinjava parove</li> <li>– razumije kombinatornu interpretaciju binomne formule</li> <li>– računa vjerovatnoću u elementarnim slučajevima nivoa težine: iz grupe od 10 bračnih parova slučajno se bira 8 osoba – kolika je vjerovatnoća da među izabranima ne postoji bračni par</li> <li>– na elementarnim zadacima primjenjuje formulu totalne vjerovatnoće i Bajesovu formulu, nivoa: na dva polja šahovske table postavljene su dame – kolika je vjerovatnoća da se te dvije dame napadaju?</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>– primjenjuje metod zamjene za računanje integrala težine <math>\int (2x + 1)^3 dx</math>.</li> <li>– objašnjava geometrijsku interpretaciju određenog integrala</li> <li>– usvojio je i primjenjuje Njutn-Lajbnicovu formulu</li> <li>– računa površine jednostavnih figura nivoa težine: računa površinu figure koja je ograničena linijama <math>y = x, y = \sqrt{x}</math>.</li> <li>– primjenjuje pravilo proizvoda u jednostavnim primjerima</li> <li>– razumije pojam varijacije, permutacije i kombinacije i zna formule za računanje odgovarajućega broja</li> <li>– razumije pojam varijacije s ponavljanjem i zna formulu za računanje odgovarajućega broja</li> <li>– radi najjednostavnije kombinatorne zadatke nivoa težine: na koliko se načina iz grupe od 9 učenika može izabrati tim za košarkašku utakmicu</li> <li>– računa vjerovatnoću u zadacima nivoa težine: kocka za igru se baca dvaput – kolika je vjerovatnoća da je zbir palih brojeva 8?</li> </ul>	<p>muškarca, b) pet osoba od kojih su bar dvije žene, c) bilo koga broja osoba s tim da mora biti jednak broj žena i muškaraca</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– primjenjuje standardne operacije na događajima</li> <li>– računa vjerovatnoću u elementarnim slučajevima nivoa težine: u kutiji se nalazi 10B i 8C crnih kuglica, iz kutije se po modelu bez vraćanja vadi 6 kuglica – kolika je vjerovatnoća da su izvučene 2B i 4C kuglice?</li> </ul>	
---	--	--

Opisna ili brojana ocjena treba da bude rezultat svih elemenata koji se javljaju u vrednovanju obrazovno-vaspitnih ishoda. Ona ne treba da bude puka aritmetička sredina provjere znanja učenika, nego mora da sadrži i druge elemente vrednovanja obrazovno-vaspitnih ishoda: *aktivnost učenika na časovima redovne nastave, domaći rad, dopunska i dodatna nastava, seminarski rad, eksterna kontrola, izrada didaktičkog materijala itd.* Ovo praćenje treba da bude *permanentno*, tj. treba da predstavlja neku vrstu „pedagoške sredine“ koja pokazuje ukupno postignuće učenika.

U pojedinim domenima moguće je relativno precizno dati kriterijume vrednovanja ponašanja/aktivnosti učenika.

Primjer – aktivnost učenika i njegov rad na času:

dovoljan 2	Učenik se rijetko javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, zna manji dio svojstava, samostalno ne zaključuje i ne uočava uzročno-posljedične veze.
dobar 3	Učenik se javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, zna određeni dio svojstava i saopštava ih, nije samostalan u zaključivanju i ne uočava uzročno-posljedične veze.
vrlo dobar 4	Učenik se redovno javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, dobro vlada činjenicama, ali nije uvijek samostalan pri izvođenju zaključaka ili uočavanju uzročno-posljedičnih veza.
odličan 5	Učenik se redovno javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, uspješno vlada činjenicama, samostalan je pri izvođenju zaključaka ili uočavanju uzročno-posljedičnih veza.

Primjer – domaći zadaci, izradu pismenih i kontrolnih zadataka, prezentacije i sl.

dovoljan 2	Samo po neki zadatak ima tačno rješenje, veći dio rješenja zadataka su nepotpuna, netačna i nepregledna, prezentacija je kratka sa malo sadržaja i djelimično daje odgovor na postavljeni zadatak.
dobar 3	Većina zadataka je riješena, provjere nijesu u potpunosti urađene, a zaključci su prisutni u manjoj mjeri, prezentacija je adekvatna sa odgovarajućom sadržinom, a zaključci nijesu potpuni.
vrlo dobar 4	Rješenja zadataka su skoro uvijek pregledna i tačna, provjera je urađena i zaključci su uglavnom jasno izvedeni, prezentacija je cjelovita sa uglavnom jasno izvedenim zaključcima.
odličan 5	Rješenja zadataka su pregledna i tačna, provjera je urađena i zaključci su jasno izvedeni, prezentacija je cjelovita sa jasno izvedenim zaključcima i uopštava rješenja.

Domaći zadaci po obimu, sadržaju, težini i zanimljivosti treba da budu takvi da se, po pravilu, mogu uraditi za vrijeme do 30 minuta.

Za domaći rad treba davati zadatke preko kojih se utvrđuje, ponavlja, povezuje, sistematizuje i produbljuje nastavno gradivo.

### c) Obaveze učenika

Obaveze učenika u nastavi matematike su:

- redovno praćenje nastave,
- poštovanje pravila rada na času,
- saradnja i dobra komunikacija, timski rad,
- učestvovanje u svim aktivnostima na času,
- izrada domaćih zadataka,
- izrada kontrolnih zadataka i testova,
- izrada pismenih zadataka,
- izrada seminarskih radova,
- učešće u projektima,
- učestvovanje u eksternim testiranjima-provjerama,
- učestvovanje u međunarodnim testiranjima.

### d) Oblici praćenja i provjeravanja

#### Oblici praćenja i provjeravanja znanja

Pored znanja definicija, teorema i razumijevanje zadatka, predmet praćenja znanja sadrži i praćenje njihovih *kognitivnih vještina*: način rješavanja zadataka, sposobnost analize, upoređivanja, povezivanja i zaključivanja, kao i primjena i transformacija znanja: sposobnost rješavanja problema, kreativnost i kritičko mišljenje.

Znanje iz matematike se u gimnaziji provjerava usmenim ispitivanjem, provjerom domaćih zadataka, kratkim testovima i pismenim zadacima. U sva četiri razreda rade se po četiri dvočasovna pismena zadatka s još jednim časom koji je predviđen za ispravku. Među zadacima treba da budu veoma laki zadaci, čiju sadržinu određuje rubrika **osnovni nivo**, standardni zadaci (zadaci srednje težine), čiju sadržinu određuje rubrika **srednji nivo**, i jedan teži zadatak, čiju sadržinu određuje rubrika **viši nivo**.

#### Oblici praćenja i procjenjivanja vještina

Kod učenika se prate i procjenjuju vještine upotrebe matematičkih znanja na rješavanje kako čisto matematičkih zadataka, tako i zadataka međupredmetnih oblasti i iz realnog života.

Kada se procjenjuju vještine, treba ustanoviti da li učenik:

- može smisljeno da riješava zadatke, i kog nivoa;
- koliko je u stanju da pravilno izvodi zaključak iz rješenja zadatka;
- može da izdvaja, upoređuje, klasifikuje i sortira, tj. obradi podatke iz realnog života i matematički ih modelira;
- može da primijeni matematička znanja i vještine na neke nove situacije kako bi riješio/riješila problem;
- koristeći vlastito znanja, može samostalno formulisati interesantne zadatke;
- jasno i precizno izlažu matematičke sadržaje;
- uspješno izlaže/prezentuje rezultata timskog rada;
- predlaže realnu ocjenu ostalim učenicima;
- pravilno procjenjuje svoje znanje.

*Nastavnik mora da formira portfolio učenika koji će mu poslužiti da osmisli i planira dalji rad sa tim učenicom.*

## **E. USLOVI ZA REALIZACIJU PREDMETA**

### **a) Resursi za realizaciju predmetnog programa**

Nastavni program iz matematike u gimnazijama treba da prate odgovarajući udžbenici, zbirke zadataka i metodska uputstva za njihovo korišćenje. Svi oni treba da budu koncipirani tako da omoguće efikasno postignuće ishoda učenja. Udžbenici i zbirke zadataka morali bi biti pregledni, u jezičkom i matematičkom smislu korektni, savremeni, čitljivi, zanimljivi i grafički dobro urađeni. Matematička literatura od velike je pomoći učeniku i služi kao orijentacija nastavniku. Udžbenik treba biti napisan tako da nastavniku zadaje redosljed lekcija, ukazuje na motivaciju za uvođenje novog pojma, nudi inicijalne primjere. U udžbenicima i zbirkama mora se naći mjesto i za zahtjevnije teme, koje će nadareni učenici obrađivati u sklopu dodatne nastave (sekcije) ili samostalno, kod kuće. Ove djelove treba posebno naznačiti.

Resursi za realizaciju programa matematike treba da čine: kabinet za matematiku, računarska učionica-kabinet za informatiku, školska biblioteka, biblioteka matematičkih programa, animacija itd.

Kabinet za matematiku treba da posjeduje:

- pribor za crtanje – školski trougaonik, lenjir, šestar;
- modele geometrijskih tijela;
- malu biblioteku matematičkih knjiga i časopisa.

Računarska učionica-kabinet za informatiku treba da posjeduje:

- personalne računare;
- biblioteku matematičkih programa;
- animacije (filmove) matematičkog sadržaja;
- vezu na interenetu;
- dostup nekim od matematičkih sajtova.

Školska biblioteka treba da posjeduje udžbenike i zbirke za svaki razred, te zbirke i knjige koje su namijenjene popularizaciji matematike i pripremi učenika za takmičenje.

### **b) Profil i stručna sprema nastavnika**

Nastavu matematike u gimnazijama treba da realizuje predmetni nastavnik, koji može biti profesor matematike, profesor matematike i informatike, diplomirani matematičar ili osoba koja je na fakultetu za obrazovanje nastavnika završila dvopredmetnu grupu u okviru koje je jedan od predmeta matematika i inženjeri matematike (svi 240 ECTS), kao i lica koja su stekla Stepen specijaliste ( Spec. Sci) usmjerenja matematika ili matematika i informatika (svi 240 ECTS), ili Stepen Magistra (MSc) usmjerenja matematika ili matematika i informatika (svi 300 ECTS).



## LITERATURA

U izradi ovog Predmetnog programa korišćen je prethodno važeći Predmetni program matematike za opštu gimnaziju zasnovan na ciljevima i predmetni programi srednjih stručnih škola zasnovani na ishodima. Pored naših, u izradi Predmetnog programa konsultovani su i predmetni programi iz država u regionu: Slovenija, Hrvatska, Bosna i Hercegovina i Srbija.

Predmetni program **MATEMATIKA** za I, II, III i IV razred opšte gimnazije, uradila je Komisija u sljedećem sastavu:

Prof. dr Žarko Pavićević, predsjednik

Ivona Adžić, član

Nataša Vlahović, član

Mr Radič Radević, član

Nacionalni savjet za obrazovanje na sjednici održanoj 24. jula 2020. godine, utvrdio je Predmetni program **MATEMATIKA** za I, II, III i IV razred opšte gimnazije.