



CRNA GORA
ZAVOD ZA ŠKOLSTVO

FILOLOŠKA GIMNAZIJA

Predmetni program

MATEMATIKA

I, II i III razred (2, 2, 2)

Podgorica

2020.

SADRŽAJ

A. NAZIV PREDMETA.....	3
MATEMATIKA 2, 2, 2.....	3
C. CILJEVI PREDMETA	4
D. POVEZANOST SA DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA	5
E. OBRAZOVNO-VASPITNI ISHODI PREDMETA	5
I RAZRED.....	5
II RAZRED	12
III RAZRED	17
F. DIDAKTIČKE PREPORUKE ZA REALIZACIJU PREDMETA	21
G. VREDNOVANJE OBRAZOVNO-VASPITNIH ISHODA	27
E. USLOVI ZA REALIZACIJU PREDMETA	38

A. NAZIV PREDMETA

MATEMATIKA 2, 2, 2

B. ODREĐENJE PREDMETA

I mnogi su slutili, snivali snove,

od davnina, od same antike,

da je to čudo, što pahulja se zove,

zapravo malo savršenstvo matematike.

Stihovi su iz pjesme „Pahulja“ Lare Dragović, učenice Gimnazije „Slobodan Škerović“ u Podgorici. Pjesma je inspirisana nastavnim sadržajem u kome se pahulje snijega prirodno predstavljaju kao klasični modeli matematičkog iskustva. Primjer pokazuje umjetničku i intelektualnu snagu matematike, „kraljice nauka“, u beskrajno bogatoj raznolikosti njenih dometa.

Matematika je nastala u drevnim civilizacijama, u doba glinenih pločica i papirusa, kao posljedica nužne potrebe rješavanja životnih, praktičnih problema. S razvojem ljudske civilizacije pred čovjeka se postavljaju novi, složeniji zadaci čija rješavanja traže viši stepen apstrakcije i stvaranje novih matematičkih teorija. Uvedeni su brojni matematički pojmovi, razvile su se i razrađene su mnoge matematičke metode, uspostavljen specifični matematički jezik. Sve to je opredijelilo da se matematika razvija kao nauka o kvantitativnim odnosima i prostornim oblicima realnog svijeta i najrazličitijim apstraktnim misaonim formama.

Buran razvoj matematike u posljednjih pedesetak godina doveo je do toga da skoro i da nema oblasti ljudskog rada i stvaralaštva gdje se ne koriste aparat i dostignuća matematičke nauke. Zbog toga ova nauka ima opštecivilizacijski karakter, a rezultati matematičara odavno su zajednička tekovina svih naroda i kultura.

Na razvoj ljudskog društva matematika utiče ne samo rezultatima koji se primjenjuju u rješavanju mnogih praktičnih zadataka i konkretnih problema, nego i kroz uticaj na intelektualni i duhovni razvoj svakog pojedinca, njegovo znanje i vještine, na izgrađivanje njegovih kulturnih, etičkih, estetskih i radnih navika i sposobnosti. Zbog svega toga, matematika je našla mjesto u svim obrazovnim sistemima, izučavala se u školama Antičke Grčke, srednjovjekovnim školama i školama novog doba.

Matematičke kompetencije se neprekidno razvijaju od najranijeg djetinjstva, kroz sve faze školovanja i nužnog doživotnog učenja. Matematika je prisutna ne samo u svim prirodnim naukama, već i u brojnim humanitarno-društvenim (lingvistika, ekonomija, medicina, sociologija i dr.).

Učenje matematike podstiče sistematičnost, mogućnost apstraktnog mišljenja, kreativnost, kritičnost i razvija sposobnost za rješavanje problema u svakodnevnom društvenom okruženju. Matematika je prije svega metod mišljenja, a ne zbirka formula.

Kako se vidi iz tabele, matematika se izučava u prva tri razreda filološke gimnazije.

Razred	Sedmični broj časova	Ukupni broj časova	Obavezni dio (80–85%)	Otvoreni dio (15 do 20%)	Teorijska nastava (TN)	Vježbe i ostali vidovi
prvi	2	72	60	12	20	40
drugi	2	72	60	12	20	40
treći	2	72	60	12	20	40

Napomena 1: Predloženi fond časova za teorijsku nastavu (to je nastava kada se uvode novi pojmovi i sadržaji) i ostali vidovi nastave su orijentaciono dati i oni mogu da budu veći ili manji za nekoliko časova.

C. CILJEVI PREDMETA

Ciljevi nastave *Matematike* ostvaruju se kroz realizaciju i dostizanje sazajnih i procesnih ciljeva. Sazajni ciljevi obuhvataju znanja koja će učenik¹ steći kroz usvajanje matematičkih sadržaja datih u programima, dok procesni ciljevi obuhvataju vještine i vrijednosti koje se razvijaju tokom i u procesu učenja.

Kroz sazajne ciljeve učenici treba da:

- usvoje matematička znanja koja čine temelj savremenog opšteg obrazovanja;
- razviju matematička znanja koja su im potrebna za dalje školovanje;
- usvoje znanja: o skupovima, iz algebre, geometrije, kombinatorike, vjerovatnoće, statistike i teorije nizova i funkcija;
- ovladaju tehnikom računanja;
- razumiju matematička pravila i tvrđenja;
- primjenjuju matematičku simboliku;
- razumiju matematički jezik;
- ovladaju tehnikama matematičkog modeliranja pri rješavanju tekstualnih zadataka.

Kroz procesne ciljeve učenici treba da razvijaju:

- sposobnost logičkog mišljenja, zaključivanja i generalizovanja i matematičkog dokazivanja;
- vještine i sposobnosti formulisanja problema;
- sposobnost rješavanja problema;
- vještine interpretacije podataka prikazanih dijagramima, tabelama ili grafikonima različitih vrsta;
- vještinu upotrebe geometrijskog pribora i mjernih instrumenta;
- vještine korišćenja kalkulatora i nekih od matematičkih kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra i dr.);
- sposobnost da prepoznaju situacije u svakodnevnom životu u kojima se mogu primijeniti matematička znanja;
- inovativnost i kreativno mišljenje;
- sposobnosti kritičkog mišljenja;
- kulturne, etičke, estetske i radne navike, kriterijume i sposobnosti.

¹ Svi izrazi koji se u ovom programu koriste u muškom rodu, obuhvataju iste izraze u ženskom rodu.

D. POVEZANOST SA DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA

Kroz vezu matematike sa drugim predmetima i međupredmetnim temama, iskazuje se svrha učenja matematike i izgrađuju temeljne kompetencije učenika za primjenu znanja i vještina u različitim domenima svakodnevnog života. Sa dostignućima tehnologije pred matematikom su izazovi da obezbijedi alate za opis i analizu ideja u svim područjima ljudskih djelatnosti. Spregom matematičkih i jezičko-komunikacijskih vještina, učenici kreativno i jasno izražavaju svoje ideje prilagođavajući se različitim zahtjevima i potrebama. Time se izgrađuje njihova socijalna pozicija, razvijaju kulturne, etičke i emocionalne vrijednosti u društvu.

Izučavanjem matematike učenici prepoznaju razne prostorne forme, razvijaju vizuelno mišljenje, sagledavaju okruženje i prostorne odnose i razvijaju estetske vrijednosti.

Upotreba matematike i informaciono-komunikacionih tehnologija mogu se obraditi mnoge međupredmetne teme u okviru kojih se razvijaju: inicijativnost, upornost, postavljanje hipoteza, kreativan pristup u rješavanju zadataka i problema i razvija preduzetništvo.

Napomena: Međupredmetne oblasti/teme obavezne su u svim nastavnim predmetima i svi su ih nastavnici ²obavezni ostvarivati. Međupredmetne oblasti/teme jesu sadržaji koji omogućavaju da se u opšteobrazovni kurikulum uključe određeni ciljevi i sadržaji obrazovanja koji nijesu dio formalnih disciplina ili pojedinih predmeta, ili koji su po strukturi interdisciplinarni. Ovi sadržaji doprinose integrativnome pristupu opštega obrazovanja i u većoj mjeri povezuju sadržaje pojedinih predmeta.

E. OBRAZOVNO-VASPITNI ISHODI PREDMETA

I RAZRED

Obrazovno-vaspitni ishod 1

LOGIKA I SKUPOVI

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni osnovne pojmove iskaznog računa i teorije skupova u rješavanju različitih praktičnih zadataka.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- razlikuje pojam iskaza od rečenice koja nije iskaz;
- zapisuje iskaze simbolima i određuje njihovu istinitosnu vrijednost;
- prepozna i opiše logičke operacije: konjukciju, disjunkciju, negaciju, implikaciju i ekvivalenciju i formira istinitosne tablice tih operacija;

²Svi izrazi koji se u ovom programu koriste u muškom rodu, obuhvataju iste izraze u ženskom rodu.

- odredi istinitosnu vrijednost iskaza formiranih od zadatih iskaza;
- objasni pojam tautologije;
- dokaže da je iskazna formula tautologija metodom tablice;
- primjenjuje univerzalni i egzistencijalni kvantifikator u formiranju iskaza;
- opisuje skup, podskup i nadskup datog skupa kao cjelinu različitih objekata, pri čemu koristi odgovarajuće oznake;
- navodi elemente skupa ako je on zadat pomoću nekog svojstva i obrnuto
- objasni jednakost skupova;
- grafički prikaže skupove i odnose među njima pomoću Veneovih dijagrama;
- predstavi Venovim dijagramom operacija sa skupovima: partitivni skup datog skupa, komplement skupa u odnosu na neki nadskup datog skupa, uniju, presjek/prešek, razliku skupova i simetričnu razliku skupova;
- poveže iskazni račun sa skupovnim operacijama;
- objasni pojam Dekartovog proizvoda;
- rješava problemske zadatke primjenom znanja o skupovima.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- iskaz, istinitosna vrijednost iskaza;
- osnovne logičke operacije;
- iskazne formule;
- tautologije;
- kvantifikatori;
- skup, zadavanje skupa;
- operacije sa skupovima;
- podskup, nadskup, partitivni skup;
- Dekartov proizvod.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- ponavljaju definicije logičkih operacija i primjenjuju ih na konkretnim zadacima;
- analiziraju važnije zakone zaključivanja, uočavaju veze koje se javljaju između logičkih i skupovnih operacija;
- koriste kvantifikatore;
- određuju elemente skupa kad je on zadat na različite načine;
- određuju uniju, presjek/prešek, razliku, simetričnu razliku zadatih skupova;
- u jednostavnijim primjerima određuju partitivni skup datog skupa;
- u jednostavnijim primjerima određuju Dekartov proizvod datih skupova;
- određuju komplement skupa u odnosu na nadskup datog skupa;
- rješavaju problemske zadatke primjenom skupovnih operacija.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 10.

Obrazovno-vaspitni ishod 2

SKUPOVI BROJEVA

Na kraju učenja učenik će moći da računa sa realnim brojevima.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- prikazuje prirodne brojeve u dekadnom sistemu i nekom drugom sistemu brojeva;
- objasni proširivanje skupa prirodnih brojeva na skup cijelih brojeva;
- upoređuje prirodne i cijele brojeve;
- primjenjuje osnovne računске operacije na skupu cijelih brojeva;
- prepozna i navede proste brojeve;
- sprovodi postupak rastavljanja prirodnog broja na proste činioce;
- određuje NZD i NZS;
- računa sa stepenima čiji je izložilac prirodan i cio broj;
- objasni proširivanje skupa cijelih brojeva na skup racionalnih brojeva;
- proširuje, skraćuje i upoređuje razlomke;
- primjenjuje osnovne računске operacije na skupu racionalnih brojeva;
- zapisuje dekadni razlomak kao decimalni broj i decimalni broj kao razlomak;
- zapisuje proizvoljni razlomak kao periodični decimalani broj;
- zapisuje periodični decimalani broj kao razlomak;
- zna da se decimalni zapis sa beskonačnim neperiodičnim decimalnim dijelom ne može predstaviti u obliku razlomka;
- objasni proširivanje skupa racionalnih brojeva na skup realnih brojeva;
- primjenjuje osnovne računске operacije na skupu realnih brojeva;
- na skupu realnih brojeva primjenjuje komutativnost i asocijativnost operacija sabiranja i množenja i distributivnost množenja prema sabiranju;
- upoređuje realne brojeve po veličini;
- objasni vezu između realnih brojeva i tačkaka na brojevnoj pravoj;
- navede intervale, poluzatvorene i zatvorene intervale realnih brojeva riječima, simbolima, grafički;
- računa uniju, presjek/presek i razliku intervala brojevnog prave ;
- opiše pojam apsolutne vrijednosti realnog broja;
- računa sa apsolutnim vrijednostima realnog broja;
- geometrijski interpretira apsolutnu vrijednost realnog broja ;
- usvoji pojam razmjere, proporcije i produžene proporcije;
- u rješavanju zadataka primjenjuje direktnu i obrnutu proporciju;
- primjenjuje procentni račun.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- skup prirodnih brojeva, uređenost skupa prirodnih brojeva, osnovne računske operacije sa prirodnim brojevima i svojstva tih operacija;
- skup cijelih brojeva, uređenost skupa cijelih brojeva, osnovne računske operacije sa cijelim brojevima i svojstva tih operacija;
- pravila djeljivosti, prost broj, NZD i NZS;
- racionalni brojevi, razlomci, proširivanje i skraćivanje razlomaka, decimalni brojevi;
- zapisivanje razlomka kao decimalnog broja, zapisivanje decimalnog broja kao razlomka;
- upoređivanje racionalnih brojeva, osnovne računske operacije sa racionalnim brojevima i svojstva tih operacija;
- skup iracionalnih brojeva;
- skup realnih brojeva, osnovne računske operacije sa realnim brojevima i svojstva tih operacija;
- realna prava, segment, interval i poluinterval;
- apsolutna vrijednost realnog broja;
- razmjera, proporcija, direktna i obrnuta proporcija;
- procenat, računanje sa procentima.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- ponavljaju i analiziraju svojstva operacija u skupovima N , Z , Q i R ;
- grafički prikazuje inkluzivni odnos skupova brojeva;
- objašnjavaju razliku između racionalnog i iracionalnog broja koristeći decimalni zapis;
- pronalaze primjere koji objašnjavaju direktnu i obrnutu proporcionalnost;
- daju praktične primjere u kojima se koristi procentni račun;
- rješavaju problemske zadatke primjenom svojstava skupova brojeva;
- rješavaju matematičke kvizove;
- osmišljavaju kratke prezentacije iz istorije matematike;
- svoj rad provjeravaju pomoću kalkulatora ili u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program).

c) Broj časova realizacije (okvirno): 10.

Obrazovno-vaspitni ishod 3

GEOMETRIJA U RAVNI

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni znanja o figurama u rješavanju raznih geometrijskih zadataka.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- navede osnovne pojmove u geometriji;
- navede konveksne i nekonveksne figure u ravni;
- razlikuje vrste uglova;
- navodi osnovne elemente trougla;
- navodi vrste trouglova;
- konstruiše simetralu duži, simetralu ugla, visinu i težišnu duž trougla;
- određuje značajne tačke trougla i primjenjuje teoreme koje se odnose na njih;
- navede stavove o podudarnosti trouglova (SUS, USU, SSU, SSS);
- navodi vrste i osobine četvorouglova;
- navede osobine tangentnog i tetivnog četvorougla.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- osnovni pojmovi u geometriji;
- ugao, vrste uglova;
- trougao i vrste trouglova;
- značajne tačke trougla;
- teoreme o značajnim tačkama trougla;
- podudarnost trouglova;
- četvorougao i vrste četvorouglova;
- tangentni i tetivni četvorouglovi.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- u svom okruženju uočavaju objekte koji imaju geometrijske forme;
- koriste crteže za prikazivanje geometrijskih figura;
- analiziraju osobine figura i donose zaključke o njima;
- analiziraju položaj karakterističnih tačaka u odnosu na vrstu trougla;
- rješavaju zadatke primjenjujući stavove o podudarnosti trouglova;
- pripremaju kratke prezentacije i seminarske radove koje se odnose na istoriju matematike i tiču se odgovarajućih nastavnih tema iz geometrije.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 12

Obrazovno-vaspitni ishod 4

RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI

Na kraju učenja učenik će moći da računa sa algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni pojam *polinoma*;

- razlikuje stepen polinoma i koeficijente polinoma;
- razlikuje *monom, binom, trinom*;
- sabira, oduzima, množi i dijeli polinome;
- uočava, razlikuje i računa: razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub binoma;
- usvoji i uvježbava postupak rastavljanja polinoma na proste činioce;
- odredi NZS i NZD za polinome;
- razlikuje cijele i racionalne algebarske izraze;
- određuje oblast definisanosti racionalnog algebarskog izraza;
- izvodi operacije sa racionalnim algebarskim izrazima.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- cijeli algebarski izrazi;
- polinomi;
- jednakost polinoma i operacije sa polinomima;
- rastavljanje polinoma na proste činioce;
- NZS i NZD za polinome;
- racionalni algebarski izrazi;
- oblast definisanosti racionalnih algebarskih izraza;
- operacije sa racionalnim algebarskim izrazima.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- navodi i objašnjava pravila za sabiranje, množenje, dijeljenje i stepenovanje stepena čiji je izložilac cio broj;
- uvježbavaju operacije sa polinomima;
- određuju oblasti definisanosti racionalnih algebarskih razlomka;
- računaju i transformišu algebarske razlomke.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 12.

Obrazovno-vaspitni ishod 5

LINEARNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE. LINEARNE FUNKCIJE.

Na kraju učenja učenik će moći da rješava linearne jednačine, linearne nejednačine i sisteme linearnih jednačina, navodi osobine i crta grafik linearne funkcije.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- rješava linearnu jednačinu;
- tekstualne zadatke modelira linearnim jednačinama;
- rješava linearnu nejednačinu i rješenja zapisuje pomoću intervala;
- rješava jednostavne linearne jednačine i nejednačine sa apsolutnim vrijednostima;
- rješava sistem linearnih jednačina sa dvije nepoznate;
- rješava sisteme linearnih nejednačina;

- razumije i upotrebljava vezu između uređenog para brojeva i tačaka u ravni;
- upotrebljava pojam preslikavanja i pojmove *domen i kodomen funkcije*;
- navede različite načine predstavljanja funkcija (algebarski, tablični, grafički);
- ispita tok i nacrtava grafik linearne funkcije;
- opisuje uticaj koeficijenta na položaj grafika funkcije (kada se prave sijeku, poklapaju i kada su paralelne);
- određuje nulu funkcije, znak i monotonost;
- sa grafika linearne funkcije čita domen, kodomen, određuje koeficijent pravca i zapisuje funkciju u algebarskom obliku;
- iz zadatih podataka određuje linearnu funkciju;
- objasni da je grafik linearne funkcije prava;
- čita odgovarajuće grafikone, geografske karte, statističke podatke itd.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- linearna jednačina;
- linearna nejednačina;
- sistem linearnih jednačina sa dvije nepoznate;
- sistem linearnih nejednačina
 - pravougli koordinatni sistem,
 - razni načini zadavanja funkcije;
- linearna funkcija, grafik i osobine linearne funkcije.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- linearnim jednačinama, nejednačinama i sistemima modeliraju problemske situacije i utvrđuju smislenost rješenja;
- izražavaju jednu veličinu pomoću drugih primjenjujući matematička znanja;
- obavezno ističu koja je nezavisna, a koja zavisna promjenljiva i tom prilikom ne moraju stalno koristiti standardno označavanje: x -nezavisna promjenljiva, y - zavisna promjenljiva;
- u problemskim situacijama prepoznaje linearnu zavisnost, zapisuje je kao funkciju i primjenjuje pri analizi problema;
- analiziraju grafik funkcije i saopštavaju njena svojstva;
- zaključuju kako glasi uslov paralelnosti dvije prave u ravni;
- demonstriraju crtanje grafika linearnih funkcija i drugih grafika u nekom od kompjuterskih programa (**Microsoft Mathematics 4.0** ili **GeoGebra**);
- stečena znanja mogu provjeriti čitajući odgovarajuće grafikone, geografske karte, statističke podatke itd.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 16

II RAZRED

Obrazovno-vaspitni ishod 1

SLIČNOST I TRIGONOMETRIJA

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni Talesovu teoremu i stavove o sličnosti trougla i trigonometrijske funkcije oštrog ugla pri modeliranju praktičnih zadataka.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- primijeni proporcionalnost u mjerenju;
- primjenjuje Talesovu teoremu o proporcionalnosti dužina;
- primjenjuje tvrđenja o sličnosti trouglova na rješavanje jednostavnijih zadataka;
- mjeri ugao (stepen, radijan);
- navede definicije trigonometrijskih funkcija oštrog ugla u pravouglom trouglu;
- odredi vrijednosti trigonometrijskih funkcija oštrog uglova (30° , 45° , 60°);
- primijeni osnovne trigonometrijske identitete;
- izračuna vrijednost ostalih trigonometrijskih funkcija ako je zadata jedna od njih;
- primijeni trigonometrijske funkcija za određivanje nepoznatih veličina u trouglu;

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- sličnost trouglova;
- Talesova teorema;
- ugao, mjerenje ugla(stepen, radijan);
- definicija trigonometrijskih funkcija oštrog ugla u pravouglom trouglu;
- vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih oštrog uglova;
- izračunavanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija ako je zadata jedna od njih;
- osnovni trigonometrijski identiteti.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- u svom okruženju navode objekte koji imaju slične geometrijske forme;
- koriste crteže za prikazivanje sličnih geometrijskih figura;
- rješavaju zadatke primjenjujući stavove o Talesovoj teoremi i stavove o sličnosti trouglova ;
- računaju nepoznate elemente trougla, četvorougla primjenjujući osnovna znanja iz trigonometrije oštrog ugla;
- primjenjuju i kombinuju osnovne trigonometrijske identitete;
- koriste znanja iz trigonometrije za rješavanje jednostavnih zadataka za trougao ;
- modeliraju situacije iz života i drugih područja primjenjujući trigonometrijske funkcije;
- koriste interaktivne računarske programe i alate;

- pripremaju kratke prezentacije i seminarske radove koje se odnose na istoriju matematike i tiču se odgovarajućih nastavnih tema iz geometrije i trigonometrije.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 14.

Obrazovno-vaspitni ishod 2

STEPENOVANJE I KORJENOVANJE

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni računске operacije sa stepenima sa cijelim i racionalnim izložiocem i primjenjuje znanja o stepenovanju i korjenovanju u rješavanju praktičnih zadataka.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- odredi vrijednost stepenima čiji je izložilac cio broj;
- primijeni operacije sa stepenima čiji je izložilac cio broj;
- navede osnovne operacije sa korijenima;
- računa sa kvadratnim i kubnim korijenima;
- izvodi racionalisanje imenioca (brojioca) razlomka;
- navede šta je stepen sa racionalnim eksponentom;
- prevede kvadratni i kubni korijen u stepen sa racionalnim eksponentom i obrnuto;
- računa sa stepenima sa racionalnim eksponentom.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi:

- stepen čiji je izložilac cio broj;
- operacije sa stepenima čiji je izložilac cio broj;
- kvadratni i kubni korijen;
- osnovne operacije sa korijenima;
- racionalisanje;
- stepen čiji je izložilac racionalan broj.
-

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- uvježbavaju računanje sa stepenima i korijenima;
- racionališu izraze;
- koriste neki od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi program) za crtanje grafika stepenih i korijenih funkcija;
- primjenjuje znanja o stepenovanju i korjenovanju u rješavanju praktičnih zadataka.

Broj časova realizacije (okvirno): 8.

Obrazovno-vaspitni ishod 3

KOMPLESNI BROJEVI

Na kraju učenja učenik će moći da računa sa kompleksnim brojevima.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da :

- navede definiciju kompleksan broj i njegov algebarski oblik;

- računa stepen imaginarne jedinice;
- odredi konjugovano kompleksan broj;
- geometrijski interpretira kompleksan broj;
- odredi apsolutnu vrijednost kompleksnog broja;
- računa sa kompleksnim brojevima i primjenjuje njihove osobine.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

KOMPLESNI BROJEVI

a) Sadržaji/pojmovi:

- imaginarna jedinica;
- kompleksan broj i njegov algebarski oblik;
- jednakosti dva kompleksna broja ;
- operacije sa kompleksnim brojevima;
- konjugovano kompleksan broj;
- apsolutna vrijednost kompleksnoga broja
- geometrijska interpretacija kompleksnog broja.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- rade zadatke u kojima se primjenjuje računanje sa kompleksnim brojevima;
- primjenjuju svojstva konjugovano kompleksnoga broja i apsolutne vrijednosti pri rješavanju zadataka
- pripremaju kratke prezentacije i seminarske radove koje se odnose na primjenu kompleksnih brojeva- fraktali.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 5.

Obrazovno-vaspitni ishod 4

KVADRATNE JEDNAČINE I NEJEDNAČINE. KVADRATNE FUNKCIJE

Na kraju učenja učenik će moći da rješava kvadratnu jednačinu i nejednačinu i crta grafik kvadratne funkcije.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da :

- razlikuje nepotpune i potpune kvadratne jednačine;
- rješava kvadratne jednačine;
- objasni kako diskriminanta utiče na prirodu rješenja kvadratne jednačine;
- primijeni Vietove formule;
- rastavlja kvadratni trinom na proste činioce;
- rješava bikvadratnu jednačinu i ostale jednačine koje se svode na kvadratnu;
- rješava sistem jedne linearne i jedne kvadratne jednačine;
- navede osobine kvadratne funkcije i crta njen grafik;
- sa grafika kvadratne funkcije uočava njene osobine;

- na osnovu datih elemenata (nula, koordinata tjemena, tačaka kroz koje prolazi grafik funkcije) određuje kvadratnu funkciju;
- grafički rješava osnovne kvadratne nejednacine.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi :

- nepotpuna i potpuna kvadratna jednačina sa jednom promjenljivom;
- diskriminanta i priroda rješenja kvadratne jednačine;
- Vietove formule;
- jednačine koje se svode na kvadratnu;
- sistem od jedne linearne i jedne kvadratne jednačine;
- kvadratna funkcija i njene osobine ;
- kvadratne nejednacine.

b) Aktivnosti učenja:

Učenici:

- rješavaju kvadratne jednačine i povezuju ih sa znanjem stečenim u I razredu o rastavljanju polinoma na proste činioce;
- biraju metode i rješavaju kvadratne jednačine s realnim koeficijentima;
- određuju osobine kvadratnih funkcija polazeći od njenog grafika ;
- objašnjavaju oblik grafa kvadratne funkcije u zavisnosti od diskriminante i najstarijeg koeficijenta;
- kvadratnom funkcijom modeliraju problemsku situaciju i utvrđuju smisao rješenja;
- primjenju grafik i osobine kvadratne funkcije pri rješavanju kvadratnih nejednačina.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 18.

Obrazovno-vaspitni ishod 5

EKSPONENCIJALNE I LOGARITAMSKE FUNKCIJE

Na kraju učenja učenik će moći da nacrti grafik eksponencijalne i logaritamske funkcije i navede njihove osobine.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da :

- prepozna i nacrti grafik eksponencijalne funkcije $y = a^x, a > 1, y = a^x, 0 < a < 1$.
- navede osobine eksponencijalne funkcije;
- rješava jednostavne eksponencijalne jednačine;
- rješava elementarne eksponencijalne nejednacine;
- navede definiciju logaritma i osnovna svojstva;
- prepozna broj e kao bazu prirodnog logaritma;
- primijeni osnovna pravila logaritmovanja;
- objasni da su eksponencijalna i logaritamska funkcija uzajamno inverzne;
- prepozna i nacrti grafik logaritamske funkcije $y = \log_a x, a > 1, y = \log_a x, 0 < a < 1$;
- navede i primijeni osobine logaritamske funkcije;
- rješava jednostavne logaritamske jednačine;
- rješava elementarne logaritamske nejednacine;

- navede primjere primjene eksponencijalne i logaritamske funkcije u ekonomiji, lingvistici, sociologiji i dr.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi:

- eksponencijalna funkcija;
- grafik i osobine eksponencijalne funkcije;
- eksponencijalna jednačina;
- eksponencijalne nejednacine;
- pojam logaritma i osnovna svojstva;
- broj e i prirodni logaritam;
- osnovna pravila logaritmovanja;
- logaritamska funkcija ;
- grafik i osobine logaritamske funkcije;
- logaritamske jednačine
- logaritamske nejednacine.

b) Aktivnosti učenja:

Učenici:

- računaju vrijednosti eksponencijalne i logaritamske funkcije;
- određuju svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcije sa grafika tih funkcija;
- obnavljaju i primjenjuju svojstva stepena i osnovne operacije sa stepenima pri rješavanju eksponencijalnih jednačina;
- rješavaju elementarne eksponencijalne i logaritamske jednačine;
- prelaze iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obrnuto;
- uvježbavaju operacije sa logaritmima;
- koriste svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcije pri rješavanju jednostavnih logaritamskih i eksponencijalnih jednačina i nejednacina;
- koriste neki od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra) za crtanje grafika eksponencijalnih i logaritamskih funkcija.

c) Broj časova realizacije (okvirno):15

III RAZRED

Obrazovno-vaspitni ishod 1

KOMBINATORIKA I ELEMENTI STATISTIKE

Na kraju učenja učenik će moći da rješava zadatke iz kombinatorike i rade statističku obradu podataka .

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- navede osnovne pojmove iz kombinatorike;
- objasni pojam kombinatorike, osnovna pravila i metode koje se koriste pri rješavanju kombinatornih zadataka;
- objasni pravilo prebrojavanje pomoću stabala (grafička interpretacija);
- objasni osnovna pravila prebrojavanja (pravilo bijekcije, pravilo zbira i pravilo proizvoda) i primjenjuje ih;
- na konkretnim primjerima prepozna varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i obavi njihovo prebrojavanje;
- na konkretnim primjerima prepozna varijacije sa ponavljanjem i obavi njihovo prebrojavanje;
- koristi formule za računanje varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i varijacije sa ponavljanjem;
- interpretira podatke zadate tabelarno ili grafikom;
- razlikuje diskretne i neprekidne promjenljive;
- izračuna srednju vrijednost i disperziju diskretnog skupa.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- osnovna pravila prebrojavanja;
- pojam varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i njihovo računanje;
- varijacije sa ponavljanjem;
- diskretna i neprekidna promjenljiva;
- srednja vrijednost;
- disperzija.

b) Aktivnosti učenja:

Učenici:

- grafički, pomoću stabla i na drugi način, predstavljaju kombinatorne probleme;
- prebrojavaju i zapisuju moguće rasporede objekata;
- rješavaju kombinatorne zadatke tako što samostalno biraju moguće varijante uz korišćenje pravila zbira i proizvoda;
- prepoznaju različite kombinatorne rasporede, zapisuju ih, prebrojavaju ih i izračunavaju njihov broj;
- navode primjere iz okruženja u kojim se primjenjuju osnovni principi prebrojavanja;
- bira strategiju za računanje permutacija, varijacija i kombinacija bez ponavljanja i varijacija sa ponavljanjem;

- primjenjuju znanja iz kombinatorike u rješavanju praktičnih zadataka;
- crtaju grafikone na osnovu datih podataka;
- računaju srednju vrijednost i disperziju diskretnog skupa.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 18

Obrazovno-vaspitni ishod 2

STEREOMETRIJA

Na kraju učenja učenik će moći da crta geometrijska tijela i koristeći znanja iz planimetrije računa površine i zapremine rogljastih i oblih tijela.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni Heronov obrazac;
- primjenjuje formule za računanje površina trougla:

$$P = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} \quad P = rs, \quad P = \frac{abc}{4R};$$

- računa površinu paralelograma, trapeza i pravilnih mnogouglova;
- računa površinu kruga, kružnog isječka i kružnog odsječka ;
- prepozna, imenuje i nacрта geometrijska tijela (prizma, piramida, zarubljena piramida, valjak, kupa, zarubljena kupa, sfera i lopta);
- prepozna, imenuje i pokaže elemente geometrijskih tijela (osnovna ivica, bočna ivica, visina tijela, visina bočne strane itd.)
- računa površinu i zapreminu prizme;
- računa površinu i zapreminu piramide i zarubljene piramide;
- računa površinu i zapreminu valjka;
- računa površinu i zapreminu kupe i zarubljene kupe;
- računa površinu sfere;
- računa zapreminu lopte;
- primjenjuje znanja iz stereometrije u rješavanju praktičnih zadataka.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- Heronov obrazac;
- obrasci za površinu trougla preko poluprečnika opisanog i upisanog kruga;
- prizma;
- piramida;
- valjak;

- kupa;
- sfera i lopta.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- rade jednostavne zadatke kako bi usvojili osnovne prostorne oblike i relacije i upoznali osobine tijela;
- računaju površine i zapremine rogljastih i oblikih tijela;
- na modelima tijela pokazuju elemente geometrijskih tijela;
- koriste inetraktivna pomagala za predstavljenje geometrijskih tijela;
- primjenjuju znanja iz stereometrije u rješavanju praktičnih zadataka.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 16.

Obrazovno-vaspitni ishod 3

ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNI

Na kraju učenja učenik će moći da rješava geometrijske probleme algebarskim putem.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- razumije i upotrebljava vezu između uređenih parova brojeva i tačaka u ravni;
- predstavi vektor kao orijentisanu duž;
- predstavi vektor pomoću koordinata;
- primjenjuje osobine koordinata vektora;
- objasni komponente i osobine vektora;
- primjenjuje operacije sa vektorima;
- računa rastojanje tačaka u koordinatnoj ravni ;
- računa površinu i obim trougla u koordinatnoj ravni;
- odredi tačku koja duž dijeli u datom odnosu;
- prepozna i navede različite oblike zadavanja prave (eksplicitni, implicitni, segmentni);
- prelazi iz jednog oblika jednačine prave u drugi;
- odredi jednačinu prave ako je poznata jedna tačka i koeficijent pravca prave;
- odredi jednačinu prave koja prolazi kroz dvije tačke;
- utvrdi međusobni odnos dvije prave (uslov paralelnosti, normalnosti, odredi presjek/prešek i ugao između dvije prave);
- prepozna, crta i zapisuje opšti oblik jednačine kružnice
- formira jednačinu kružnice čiji je centar tačka A (p, q) a, poluprečnik R ;
- odredi koordinate centra i poluprečnik kružnice iz jednačine oblika $Ax^2+Ay^2+Bx+Cy+D=0$;
- prepozna, crta i zapisuje opšti oblik jednačina krivih drugog reda (centralni oblik): elipsa, hiperbola, parabola;
- odredi žiže i poluose elipse i hiperbole;
- formira jednačine elipse, hiperbole i parabole na osnovu datih podataka;
- odredi međusoban odnos prave i kružnice;

- određuje jednačinu tangente u tački sa kružnice ;
- rješava zadatke u vezi sa jednačinama krivih drugoga reda.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- navede definiciju vektora;
- jednakost vektora;
- sabiranje, oduzimanje, množenje vektora brojem;
- koordinatni zapis vektora;
- -rastojanje dvije tačke u koordinatnoj ravni;
- podjela duži u datom odnosu;
- površina trougla;
- prava u ravni;
- uzajamni položaj dvije prave u ravni;
- kružnica;
- tangenta kružnice;
- elipsa;
- hiperbola;
- parabola.
-

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- navode pojmove iz fizike koji su vektorske veličine;
- pri analizi i rješavanju zadataka koriste geometrijski prikaz vektora ili koordinatni zapis vektora;
- analitičkom metodom rješavaju razne zadatke iz analitičke geometrije;
- geometrijske zadataka u ravni rješavaju koristeći se znanjem iz analitičke geometrije;
- iz jednačina krivih drugog reda određuje odgovarajuće elemente tih krivih i obrnuto;
- rješava geometrijske probleme koji uključuju krive linije drugog reda;
- prave prezentacije koristeći neki od kompjuterskih programa (**Microsoft Mathematics 4** ili **GeoGebra** ili neki drugi program) za rješavanje zadataka iz analitičke geometrije.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 18.

Obrazovno-vaspitni ishod 4

NIZOVI. ARITMETIČKI I GEOMETRIJSKI NIZ.

Na kraju učenja učenik će prepoznati i primjenjivati znanje o aritmetičkom i geometrijskom nizu.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni pojam brojnog niza;
- prepozna osobine datih nizova (monotonost, ograničenost);
- prepozna aritmetički i geometrijski niz;

- navede različite načine predstavljanja aritmetičkog i geometrijskog niza (opšti član, rekurzivna formula):
- zapisuje opšti član aritmetičkog i geometrijskog niza;
- računa sumu prvih n članova aritmetičkog i geometrijskog niza.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda

a) Sadržaji/pojmovi:

- brojni niz;
- aritmetički niz;
- geometrijski niz.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- određuju brojni niz na osnovu zadanog pravila (nekoliko prvih članova, opšti član, rekurzivna formula);
- nabraja svojstva aritmetičkog i geometrijskog niza;
- određuje opšti član i sumu prvih n članova aritmetičkog i geometrijskog niza;
- primjenjuju svojstva aritmetičkog i geometrijskog niza pri rješavanju problema iz svakodnevnog života;
- rješava probleme iz svakodnevnog života primjenom aritmetičkog i geometrijskog niza.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 8.

Napomena 2: Predloženi fond časova su orijentaciono dati i oni mogu da budu veći ili manji što zavisi od dinamike kojom učenici usvajaju gradivo.

F. DIDAKTIČKE PREPORUKE ZA REALIZACIJU PREDMETA

Program je koncipiran tako da učenicima daje mogućnost ovladavanja osnovnim matematičkim znanjima, čime stiču uslove za uspješan rad u struci i uslove za nastavak školovanja. Birane su teme koje su važne za osnovno matematičko obrazovanje. Preporučujemo da treba rješavati jednostavnije zadatke i izbjegavati komplikovani račun. Od učenika zahtijevati da ovladaju osnovama tehnike računanja, geometrijskim sadržajima i osnovnim teoremama i tvrđenjima bez njihova strogog matematičkog dokazivanja. Dovoljno je da učenici shvataju smisao i značaj stavova i da ih znaju primijeniti. Poželjno je da se izbor primjera, kad je moguće, vrši iz predmeta, odnosno struke kojom će se učenici ubuduće baviti. Program se može realizovati iz preporučenih udžbenika za srednje stručne škole. Značajno je da programe prate pregledni, savremeni, zanimljivi i grafički dobro urađeni udžbenici i zbirke zadataka.

Opšte preporuke

Ilustrovati što je moguće više primjera različitim vizuelnim alatima.
 Za svaku temu navesti veći broj primjera iz okruženja učenika.
 Iskoristiti informatičke alate kad god je to moguće.

PRVI RAZRED

Tema: Logika i skupovi

Na konkretnim primjerima ilustrovati pojam iskaza i istinitosne vrijednosti iskaza.
Insistirati da učenici razumiju važnije zakone zaključivanja.
Dovoljno je ovladati jednim načinom (tablica) dokazivanja da je neka formula tautologija.
Stalno insistirati na pravilnom matematičkom zapisivanju i korišćenju kvantifikatora.
Naglasiti da se skup može zadati na više načina. Isticati vezu između logičkih i skupovnih operacija.

Tema: Skupovi brojeva

Potrebno je da učenici prvo ovladaju matematičkim operacijama, pa tek onda pređu na složenija matematička tvrđenja.
Ne insistirati na ozbiljnijim dokazima - pojedina tvrđenja navesti bez dokaza, ali tražiti da učenici razumiju njihovo značenje.
Ne insistirati na aksiomatskom zasnivanju skupa R i upotrebi pojma algebarskih struktura.
Obavezno naglasiti koje operacije su zatvorene u određenim skupovima. Na konkretnim primjerima ukazati na potrebu za proširenjem skupova.
Koristiti relaciju inkluzije da bi se prikazao odnos skupova N , Z , Q i R .
Kod računa sa procentima koristiti zadatke iz života.
Insistirati na razumijevanju pojmova: glavnica, procentni iznos i procenat, ali zadatke rješavati tako da se svedu na rješavanje jednačina.
Rješavati jednostavne jednačine i nejednačine sa apsolutnim vrijednostima.

Tema: Geometrija u ravni

Pri obradi osnovnih geometrijskih pojmova ne treba se pridržavati stroge aksiomatike.
Ne dokazivati sve teoreme - bitnije je da se razumiju formulacije, i da učenici umiju da primijene teoreme.
Ponoviti stavove podudarnosti trouglova i ilustrovati ih na prostim primjerima koji su dati na slikama na kojima su jednaki elementi dva ili više trouglova označeni na odgovarajući način.
Učenici rješavaju prostije zadatke u kojima samostalno crtaju odgovarajuće slike.
Učenici treba da riješe veći broj zadataka u kojima se koriste stavovi podudarnosti trouglova.
Učenici konstruišu paralelu i normalu kroz datu tačku van date prave.
Učenici znaju da konstruišu značajne tačke trougla.
Rade se konstrukcije trouglova na osnovu zadatah elemenata.

Tema: Racionalni algebarski izrazi

Obnoviti pojam stepena čiji je izložilac priodan broj.
Sabiranje, oduzimanje i množenje polinoma je moguće uraditi na složenijim primjerima jer su to na elementarnom nivou učenici usvojili u osnovnoj školi.
Dijeljenje polinoma je potrebno obraditi postepeno jer se radi o novim nastavnim sadržajima. Rezultat dijeljenja koristiti za zapis $A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$.
Rastavljanje polinoma na proste činioce obraditi od jednostavnijih ka težim primjerima. Zadržati se koliko je potrebno da učenik prepozna, primijeni i usvoji: razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub binoma itd.

Učenici primjenjuju stečena znanja o polinomima na rješavanje zadataka koji se odnose na NZS i NZD za polinome.

Kad racionalnih algebarskih izraza uvijek treba odrediti oblasti definisanosti datih izraza, pri čemu učenik objašnjava zašto se to radi.

Primjer: Jednakost $\frac{x^2}{x} = x$ je tačna samo pod uslovom da je $x \neq 0$. Ovo je „uslovni identitet“, za razliku

od „bezuslovnih“ koje smo imali kod cijelih algebarskih izraza.

Operacije s racionalnim izrazima, takođe usvajati postepeno prateći osnovni pedagoški princip „od lakšega ka težem“.

Tema: *Linearne funkcije. Linearne jednačine i nejednačine*

Insistirati da učenici razumiju vezu između uređenog para brojeva i tačaka u ravni.

Definiciju preslikavanja i njegove osobine primjenjivati na linearnoj funkciji.

Insistirati na crtanju grafika linearne funkcije i stalno isticati njena svojstva.

Nije dobro reći da je svaka linearna funkcija bijekcija. Primjer: $y = b, b \in R$. Učenici daju objašnjenje i grafički prikaz.

Navođenjem primjera linearnih funkcija i crtanjem njihovih grafika od učenika zahtijevati da uoče uslove paralelnosti i normalnosti dvije prave.

Uraditi par zadataka u kojima se traži da se grafički predstave funkcije oblika $y = |x|, y = |3 - x|$ i ispituju njihova svojstva.

Kad se obrađuju linearne nejednačine obavezno dati geometrijsku interpretaciju (znak linearne funkcije).

Kod rješavanja sistema linearnih jednačina različitim metodama, svaki put dati geometrijsku interpretaciju datoga rješenja, čime se povezuje, obnavlja i stiče trajnost znanja.

Učenici rješavaju jednostavnije primjere sistema linearnih jednačina (dvije nepoznate).

Izbjegavati teške zadatke. Ići na to da učenik usvoji nova znanja do potpunog razumijevanja.

Učenici demonstriraju crtanje grafika funkcija u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra i dr.).

Stečenim znanjem i vještinama učenici rješavaju zadatke koji se mogu sresti u realnom životu.

DRUGI RAZRED

Tema: *Sličnost i trigonometrija*

Svaku nastavnu jedinicu potrebno je propratiti odgovarajućim grafičkim prikazom.

Primijeniti proporcionalnost i sličnost u mjerenju. Odrediti koeficijent sličnosti sličnih figura.

Prepoznati proporcionalne veličine, te primjenjivati odnose i proporcionalnost u jednostavnim svakodnevnim situacijama.

Stavovi sličnosti trouglova se izlažu bez dokaza.

Učenici samostalno rješavaju zadatke u kojima se primjenjuju stavovi sličnosti.

Preporučuje se, kad je god moguće, svaku nastavnu jedinicu oplemeniti nekim detaljem iz istorije matematike. Ostavlja se mogućnost da to i sam učenik uradi uz predloženu literaturu.

Insistirati da se nauče definicije osnovnih trigonometrijskih funkcija oštrog ugla pravouglog trougla.

Izvesti obrasce za površinu trougla koristeći se trigonometrijskim funkcijama.

Učenici računaju vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih oštrog uglova.

Učenici na jednostavnijim primjerima uvježbavaju primjenu osnovnih trigonometrijskih identiteta.

Rješavanjem što više zadataka iz geometrije pomoću trigonometrijskih funkcija, učenici demonstriraju ulogu i značaj njihove primjene.

Tema: Stepenovanje i korjenovanje

Učenici treba da razlikuju $(-1)^{2k} = 1$, $(-1)^{2k-1} = -1$ i slično računaju varijante kad osnova stepena ne mora biti -1.

Naglasiti da stepen podliježe samo pod operacije množenja i dijeljenja i to kad se radi o istoj osnovi ili istom izložiocu. Navesti jednostavnije primjere i ukazati da $a^2 + a^3 \neq a^5$ itd.

Insistirati da učenici usvoje vezu $\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$ i činjenicu $\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$.

Učenici uvježbavaju osnovne operacije s korijenima i stepenima čiji je izložilac racionalan broj, pa tek onda rješavaju složenije zadatke.

Na jednostavnijim primjerima objasniti racionalisanje.

Ne raditi zadatke u kojima se više puta koristi isti postupak, već pronalaziti zadatke koji su kraći ali sadržajni.

Tema: Kompleksni brojevi

Obnoviti skupove brojeva i objasniti koji su razlozi proširivanja skupova N, Z, Q, R. Ilustrovati na primjerima prostih jednačina.

Analizom jednačine $x^2 + 1 = 0$ nastavnik treba da objasni razlog uvođenja kompleksnih brojeva.

Učenici računaju sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku (jednostavni primjeri) i određuju stepen imaginarne jedinice.

Insistirati da učenici usvoje geometrijsku interpretaciju kompleksnoga broja.

Tema: Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija

Obnoviti znanje stečeno u prvom razredu koje se tiče rastavljanja polinoma na proste činioce.

Prvo rješavati nepotpune jednačine oblika $ax^2 = 0$, $ax^2 + c = 0$, $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$.

Izvesti formulu za rješavanje potpune kvadratne jednačine $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$.

Formulu za rješavanje potpune kvadratne jednačine učenici usvajaju do automatizma.

Za provjeru znanja davati 20 - minutne testove s elementarnim zadacima.

Kroz rješavanje zadataka učenici uočavaju važnost diskriminante.

Kroz rješavanje jednostavnih zadataka učenici usvajaju Vietove formule i znaju da ih primjenjuju.

Pokazati kako se može formirati kvadratna jednačina ako se znaju njena rješenja.

Izvesti formule za rastavljanje kvadratnoga trinoma na linearne činioce i objasniti na nekoliko jednostavnijih primjera.

Svaka faza u usvajanju novih znanja može se pratiti kratkim, elementarnim i sadržajnim testovima.

Kod učenika razviti mogućnost da može prepoznati jednačine koje se svode na kvadratne i da ih znaju rješavati.

Kvadratnu funkciju uvoditi postepeno.

Učenici uvježbavaju crtanje grafike funkcija oblika: $y = ax^2$, $y = ax^2 + c$, $y = ax^2 + bx + c$ i svoj rad *crtanje grafika funkcija* provjeravaju u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili neki drugi kompjuterski program).

Učenici grafičkom metodom rješavaju kvadratne nejednačine.

Pri rješavanju jednostavnijih sistema jednačina obavezno dati grafički prikaz.

Zbog važnosti ove nastavne teme, stalno pratiti nivo znanja koji učenici stižu i, ako ima potrebe, pojedinim nastavnim jedinicama posvetiti više pažnje.

Tema: Eksponecijalna i logaritamska funkcija

Obnoviti stepen i osnovne operacije sa stepenima.

Pri rješavanju ekspanencijalnih jednačina učenici navode koja pravila koriste.

Nastavnik ističe da su ekspanencijalna i logaritamska funkcije uzajamno inverzne, i to grafički ilustruje.

Posebnu pažnju treba posvetiti na oblast definisanosti logaritamske funkcije i ukazati na vezu s oblašću vrijednosti ekspanencijalne funkcije.

Kad je moguće, pri rješavanju jednačina i nejednačina, koristiti grafičke prikaze i isticati osobine odgovarajućih funkcija.

Svoj rad učenici *crtanje grafika funkcija* provjeravaju u nekom od kompjuterskih programa (Microsoft Mathematics 4.0 ili GeoGebra ili dr.).

Učenici pređeno gradivo uvježbavaju na prostim, ali sadržajnim zadacima.

TREĆI RAZRED

Tema: Kombinatorika. Elementi statistike

Kroz proste primjere učenici otkrivaju pravilo prebrojavanja (pravilo stabala, pravilo bijekcije, pravilo zbira i pravilo proizvoda) i primjenjuje ih na rješavanje raznih praktičnih zadataka.

Primjere kombinatornih objekata ilustrovati kroz proces generisanja i prebrojavanja riječi.

Na konkretnim primjerima učenici prepoznaju varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i varijacije sa ponavljanjem i obavljaju njihovo prebrojavanje.

Učenici, koristeći formule za računanje varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja i varijacije sa ponavljanjem, rješavaju zanimljive zadatke.

Učenici kroz konkretne primjere interpretiraju podatke zadate tabelarno ili grafikonima.

Učenici kroz konkretne primjere vrše statističku obradu podataka, izračunavaju srednju vrijednost i disperziju obrađenog uzorka i daju njihovu interpretaciju.

U obradi podataka koriste neke od statističkih paketa.

Tema: Stereometrija

Formula kojom se računa zapremina prizme izvodi se manje formalno, daje se samo skica dokaza.

Formulu kojom se računa zapremina piramide ne treba izvoditi.

Formulu za računanje zapremine kupe treba ispisati pozivajući se na analogiju s piramidom.

Poželjno je učenicima pokazati modele tijela koja se izučavaju u okviru ove teme.

Tema: Analitička geometrija:

Pri rješavanju i objašnjavanju zadataka i novih nastavnih jedinica, obavezno koristiti grafički prikaz.

Vektor uvesti kao orijentisanu duž u ravni i/ili prostoru, pri čemu isticati trokomponentnost pojma vektora.

Korelacija s fizikom: sila je vektor, slaganje sila, kretanja tijela u ravni (sabiranje i oduzimanje vektora, množenje vektora brojem). Primjenjivati vektore za rješavanje nekih prostijih zadataka u geometriji.

U uvodnim zadacima o kružnici treba insistirati na formiranju jednačine kružnice čiji se centar nalazi u tački $S(p,q)$ a poluprečnik je r , a zatim preći na zadatke u kojima učenici treba da odrede koordinate centra i

poluprečnik kružnice zadate jednačinom $Ax^2 + Ay^2 + Bx + cy + D = 0$.

Učenike treba podsjetiti na međusobni položaj prave i kružnice (prava siječe kružnicu, dodiruje kružnicu ili s kružnicom nema zajedničkih tačaka). Nakon toga prirodno se nameće ispitivanje uslova pod kojima prava dodiruje kružnicu.

Učenici samostalno rješavaju zadatke u kojima treba formirati jednačinu tangente kružnice koja prolazi kroz tačku na kružnici i tačku van kružnice.

Jednačine elipse, hiperbole i parabole se ne izvode. Treba ukazati na geometrijsko značenje koeficijenata u tim jednačinama.

Tema: Nizovi. Aritmetička i geometrijska progresija

Poželjno je navoditi primjere iz ekonomije, fizike, biologije u kojima se pojavljuju aritmetička i geometrijska progresija- niz (npr. Kamate i sl.).

Pokazati različite načine uvođenja niza: nabranjem elemenata, formulom koja zadaje opšti član, rekurentnom formulom.

Uradi zadatke tipa (ne koristeći formule): prvi član niza je 2, a svaki sljedeći je za 3 veći od prethodnog (ili 3 puta veći i sl.). Koji je deseti član niza? A 1034. član?

Kad god je moguće, u svakoj nastavnoj jedinici navesti neke detalje iz istorije matematike.

Uz preporuku odgovarajuće literature, nastavnici učenicima mogu predložiti teme iz istorije matematike kao seminarske radove koje će oni prezentovati ostalim učenicima.

Boljim učenicima treba postavljati složenije zadatke.

G. PRILAGOĐAVANJE PROGRAMA DJECI SA POSEBNIM OBRAZOVNIM POTREBAMA I NADARENIM UČENICIMA

a) Prilagođavanje programa djeci sa posebnim obrazovnim potrebama

Zakon o vaspitanju i obrazovanju djece sa posebnim obrazovnim potrebama, članom 12 definiše način prilagođavanja nastave i učenja učenicima sa posebnim obrazovnim potrebama koji se školuju po Programu uz obezbjeđivanje dodatnih uslova, pomagala i stručne pomoći u gimnazijskom obrazovanju.

U zavisnosti od smetnji i teškoća u razvoju, sposobnosti i potreba učenika, individualni program omogućava mijenjanje, prilagođavanje i individualizaciju metodike kojom se sadržaji realizuju.

Primjer: za učenika bez ostatka vida, škola treba da u saradnji s Resursnim centrom Podgorica obezbijedi udžbenike na Brajevom pismu, elektronske udžbenike, omogući siguran i bezbjedan prostor, bez barijera i sl.

b) Prilagođavanje programa nadarenim učenicima

Za nadarene učenike nastavnik prilagođava program matematike na način što u okviru redovnog programa odabira zadatke i sadržaje koji će produbiti i proširati znanje učenika.

Navedeno, nastavnik može da realizuje tako što će nadarenim učenicima koji pokazuju sklonost ka učenju matematike u okviru redovne i dodatne nastave da predloži:

- rješavanje odabranih zadataka iz programa koji se uči po nastavnom programu razreda koji učenici pohađaju;
- da pripreme i prezentuju zanimljive zadatke i priče o matematičarima iz tema koje se nalaze u programima matematike prethodnih razreda i razreda koji učenici pohađaju;
- grupni rad tih učenika;
- male istraživačke projekte.

Sve navedeno učenici treba da demonstriraju na nivou svog odjeljenja ili svih odjeljenja istog ili višeg razreda.

G. VREDNOVANJE OBRAZOVNO-VASPITNIH ISHODA

Vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda je važna komponenta nastave matematike i ono se mora kontinuirano sprovoditi u toku izvođenja nastave. Pored vrednovanja uspjeha učenika, ono omogućava nastavniku samoevaluaciju, na osnovu koje može da koriguje svoj pedagoški rad.

Kako obrazovno-vaspitni ishodi učenja obuhvataju:

- međusobno poštovanje i povjerenje učenika i nastavnika;
- individualnost;
- permanentnost;
- aktivnost učenika u utvrđivanju i sticanju novih znanja u nastavnom procesu;
- podsticanje radoznalosti učenika i njegov osjećaj/ošjećaj napredovanja;

- motivisanje učenika za učenje matematike kroz razvijanje i osposobljavanje učenika za samoučenje;
- provjeru znanja i vještina;
- ocjenjivanje;
- upoznavanje učenika i roditelja sa postignućem učenika.

Vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda učenika mora zasnivati na navedenim elementima i mora se posmatrati kao jedna dinamička cjelina.

Tokom nastave, nastavnik treba da izgradi odnos *poštovanja i povjerenja sa učenicima*. Ovo je posebno značajno kada se sprovode aktivnosti koje se odnose na vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda. U toku ovih aktivnosti nastavnik treba da gradi takav odnos i atmosferu u kojoj se učenik neće osjećati/ošjećati kao neko kome se sudi i presuđuje, a nastavnik doživljava kao suprotstavljena strana, koji je tu samo da utvrdi znanje i zabilježi ocjenu. Uvijek treba izbjegavati stresne situacije i stanja.

Individualnost u vrednovanju obrazovno-vaspitnih ishoda podrazumijeva da se vrednovanje sprovodi individualno, posebno za svakog učenika na način što se vrednuju njegove mogućnosti (sposobnosti), učenikova zainteresovanost za rad i sticanje znanja i vještina, trud koji ulaže pri učenju, uslovi u kojima uči, znanje koje je postigao, vještine kojima je ovladao itd.

Permanenost podrazumijeva kontinuirano praćenje rada i napredovanja svakog učenika posebno i njegovu motivaciju za učenje matematike.

Kriterijumi ocjenjivanja izvode se iz ishoda programa i govore nam šta se očekuje od učenika da zna, razumije i/ili je sposoban da pokaže i uradi.

Vrednovanje obrazovno-vaspitnih ishoda ne treba da se svodi samo na puku provjeru znanja učenika, nego ga treba osmisliti tako da u toku provjere učenik *utvrđuje* pređeno gradivo, sa nastavnikom *razjašnjava* pojmove i dileme koje ima u okviru pojedinih tema, postavlja pitanja koja se tiču sticanja novih znanja, tj. *produbljuje svoje znanje* itd.

Podsticanje radoznalosti učenika i njegov osjećaj/ošjećaj napredovanja u sticanju znanja i vještina su posebni izazovi sa kojima se susrijeću nastavnici u procesu nastave. Oni su od presudnog značaja za postizanje dobrih rezultata učenika. Oni su i u direktnoj vezi i sa *samoučenjem* i motivisanjem učenika za učenje matematike.

Ocjenjivanje treba da bude javno tako da svaki učenik i njegovi roditelji, ne samo da treba da znaju ocjenu koju je učenika dobio, nego treba da budu upoznati i sa napredovanjem učenika i svim nedostacima koje učenik ima u procesu učenja matematike.

U cilju objektivnijeg i efikasnijeg ocjenjivanja, potrebno je da nastavnici na nivou stručnog aktiva ishode učenja razvrstaju na: *osnovni nivo, srednji nivo i viši nivo*.

a) Elementi praćenja učenika u nastavi

Znanje

Znanje učenika se sastoji od *deklarativnog i proceduralnog znanja*.

– *Deklarativno znanje* obuhvata znanje i razumjevanje osnovnih matematičkih pojmova o skupovima, brojevima skupova i njihovim svojstvima, tehnike računanja, pojmova geometrije, znanje matematičkih formula i elementarnih funkcija i osnovnih pojmova matematičke analize, kombinatorike i vjerovatnoće. Ovim znanjem učenici rješavaju proste matematičke zadace. Ovo znanje predstavlja osnovni nivo znanja učenika.

– *Proceduralno znanje* obuhvata ne samo znanje kako se nešto radi nego i zašto se nešto radi. Ono obuhvata razumjevanje izvođenja matematičkih formula i teorema i njihovu primjenu za rješavanje matematičkih zadataka različite težine. Obuhvata primjenu matematičkih formula, pravila, tehnika računanja, algoritama i tvrđenja u rješavanju zadataka realnog života i složenijih problema.

Deklarativno i proceduralno znanje kod učenika razvijaju matematičko i logičko mišljenje i zaključivanje, upotrebu korišćenje matematičkog jezika i simbola, razvijaju sposobnost generalizovanja i dokazivanja, kritičkog mišljenja, matematičke kulture. Pomoću ovih znanja kod učenika se izgrađuju i formiraju matematičke vještine koje su im potrebne za funkcionalno korišćenje matematikih znanja.

Vještine

Vještine u nastavi matematike čine: *kognitivne vještine, komunikacione i socijalno-emocionalne vještine i praktične- psihomotorne vještine*.

– *Kognitivne vještine* predstavljaju sposobnost učenika da samostalno stiče znanje, analizira uslove zadatka, upoređuje dobijene rezultate, povezuje različite matematičke sadržaje, izvodi pravilne zaključke. Ove vještine omogućavaju učenicima da razvijaju kreativnost kroz rješavanje različitih praktičnih zadataka i problema, kao i primjenu matematičkog znanja-aparata u rješavanju zadataka iz međupredmetnih sadržaja.

– *Komunikacione i socijalno-emocionalne vještine* obuhvataju sposobnost učenika da jasno, precizno i sistematično izlože matematičke sadržaje (rješenje zadataka, svoje ideje, dokaze matematičkih tvrđenja, prezentacije itd.) usmeno i/ili pismeno. Ove vještine obuhvataju i spremnost učenika na saradnju, prihvatanje drugačijeg mišljenja i ideja, timski rad, spremnost da koristi argumentaciju itd.

– *Praktične- psihomotorne vještine* sadrže vještinu korišćenja pribora za crtanje, izradu geometrijskih modela, tabela i raznog didaktičkog i drugog materijala koji bi se koristio u nastavi matematike ili danima nauke.

Odnos učenika prema radu i obavezama u školi

Praćenje i vrednovanje *odnosa učenika prema radu i obavezama u školi*, pored inicijativnosti, odgovornosti i samokontrole učenika, mora pratiti i *aktivnost učenika na časovima redovne nastave kao i njihovu odgovornost prema obavezama iz nastave matematike (domaći rad, dopunska i dodatna nastava, seminarski rad, eksterna kontrola, izrada didaktičkog materijala itd.)*. Ovo praćenje treba da bude

permanentno. Njegove pokazatelje nastavnik treba da analizira i u skladu sa njima da vrši korekciju svoje nastave i odnos prema učenicima.

b) Kriterijumi praćenja i ocjenjivanja

U cilju objektivnijeg i efikasnijeg ocjenjivanja, potrebno je da nastavnici na nivou stručnog aktiva ishode učenja razvrstaju na: *osnovni nivo*, *srednji nivo* i *viši nivo*. **Učenik koji ima srednji nivo znanja mora vladati osnovnim nivoom znanja, a učenici koji imaju viši nivo znanja moraju vladati osnovnim i srednjim nivoom znanja.**

Učenici koji ovladaju znanjima koja odgovaraju *osnovnom nivou* ishoda učenja, treba da budu ocijenjeni prelaznom ocjenom *dovoljan 2*. Većina učenika morala bi da teži sticanju znanja koja su navedena u okviru srednjeg *nivoa*, pa i nastava treba da bude koncipirana tako da se ovaj cilj ostvari, a učenici koji ovladaju ovim nivoom znanja ocjenjuju se ocjenama *dobar 3* ili *vrlo dobar 4*. Učenik će zaslužiti najveću ocjenu *odličan 5* ukoliko ovlada znanjima i vještinama koja su sadržana u *višem nivou*.

Kriterijumi ocjenjivanja znanja

I razred

Osnovni nivo	Srednji nivo	Viši nivo
<p>Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – navedi elemente skupa ako je on zadat pomoću nekoga svojstva; – razlikuje skupovne operacije: uniju, presjek/presek, razliku i zna ih predstaviti Venovim dijagramom, rješava lakše zadatke vezane za već pomenutu materiju; – može da objasni pojam komplementa skupa i povezuje ga s razlikom skupova; – prepoznaje osnovne osobine skupovnih operacija; – prepoznaje Dekartov proizvod; – prepoznaje skupove N, Z, Q i računa do automatizma s prirodnim, cijelim i racionalnim brojevima; – primjenjuje kriterijum djeljivosti s brojevima 2, 3, 5, 6, 9, 10; 	<p>Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – vlada skupovnim operacijama do automatizma; – primjenjuje osnovne osobine skupovnih operacija; – navodi skupove N, Z, Q,; – u skupovima N i Z razumije i koristi pet osnovnih osobina operacija: komutativnost zbira i proizvoda, asocijativnost zbira i proizvoda i distributivni zakon; – navodi primjere iracionalnih brojeva; – primjenjuje u zadacima razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku 	<p>Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rješava tekstualne zadatke iz teorije skupova; – razumije svojstva relacija \leq, $<$ na skupovima N i Z; – razumije relaciju djeljivosti i primjenjuje zapis: $m n$ akko $n = k \cdot m$, $m, n, k \in \mathbb{N}$; – zna dokazati da je broj $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ itd. iracionalan; – radi složenije zadatke iz relacija zadatih na skupovima Z, Q, R; – crta grafike funkcija $y = x$, $y = x - 1$ i slično; – primjenjuje i kombinuje na složenijim zadacima razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku

<ul style="list-style-type: none"> – razlikuje proste i složene brojeve; – prepoznaje iracionalan broj; – može da objasni $N \subset Z \subset Q \subset R$; – prepoznaje i primjenjuje na jednostavnijim primjerima: razliku kvadrata, kvadrat binoma, zbir i razliku kubova, kub zbira i razlike; – prepoznaje algebarske razlomke i rješava jednostavnije primjere; – prepoznaje linearnu funkciju i zna da nacrtava njen grafik; – rješava jednostavniju linearnu jednačinu i nejednačinu; – prepoznaje i rješava jednostavan sistem dvije linearne jednačine s dvije nepoznate; – predstavlja jednačinu prave na razne načine; – razlikuje podudarne figure. 	<ul style="list-style-type: none"> kubova, kub zbira i razlike itd. – vlada osnovnim operacijama s algebarskim razlomcima; – na osnovu datih podataka zna da odredi linearnu funkciju i nacrtava njen grafik; – rješava linearne jednačine i nejednačine koje prethodno treba transformisati na elementarne (bez nepoznate u imeniocu i parametra); – daje geometrijsku interpretaciju rješenja sistema dvije linearne jednačine s dvije nepoznate; – poznaje svojstva trougla i četvorougla; – <u>vlada stavovima podudarnosti</u>; – radi jednostavnije konstrukcije trougla i četvorougla. 	<ul style="list-style-type: none"> kubova, kub zbira i razlike itd.; – uprošćava jednostavnije primjere algebarskih razlomaka; – rješava složenije primjere linearnih jednačina i nejednačina; – rješava sistem tri jednačine s tri nepoznate; – konstruiše trougao na osnovu datih elemenata sa svim fazama konstrukcije.
--	---	---

II razred

Osnovni nivo	Srednji nivo	Viši nivo
<p>Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – prepoznaje trigonometrijske funkcije, – zna tablicu vrijednosti trigonometrijskih funkcija za 30°, 45°, 60°; – razlikuje podudarne i slične figure; – prepoznaje stepen s cijelim izloziocem i razlikuje $(-1)^{2k} = 1, (-1)^{2k-1} = -1$; – računa sa stepenima i korijenima (osnovne operacije); – prepoznaje stepen čiji je izložilac racionalan broj i usvaja vezu $\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$; – prepoznaje kada može racionalisati imenilac razlomka i radi jednostavne zadatke; – prepoznaje imaginarnu jedinicu i kompleksan broj u algebarskom obliku; – računa sa kompleksnim brojevima u algebarskom obliku - osnovni zadaci (zbir, razlika, proizvod, količnik dva kompleksna broja); – prepoznaje kvadratnu funkciju, jednačinu i nejednačinu; – rješava elementarne kvadratne jednačine i nejednačinu; – prepoznaje eksponencijalnu funkciju, jednačinu i nejednačinu; 	<p>Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zna trigonometrijske funkcija oštrog ugla; – primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete za oštar i proizvoljan ugao; – vlada stavovima sličnosti; – primjenjuje jednakosti $a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$; – računa sa stepenima; – računa s korijenima; – racionališe imenilac razlomka; – računa s kompleksnim brojevima u algebarskom i trigonometrijskom obliku; – objasni stepen imaginarne jedinice; – definiše pojam konjugovano kompleksnoga broja; – navodi geometrijsku interpretaciju kompleksnog broja i apsolutnu vrijednost, – rješava kvadratne jednačine i nejednačine, – primjenjuje Vietove formule, – rješava sistem od jedne kvadratne i jedne linearne jednačine, – -crta grafik kvadratne funkcije, – crta osnovne grafike eksponencijalne i logaritamske funkcije, – upotrebljava pravila za računanje logaritma, 	<p>Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete; – koristi vezu među komplementnim uglovima; – primjenjuje stečena znanja iz trigonometrije kod rješavanja geometrijskih zadataka; – stečena znanja kombinuje na raznim zadacima; – razumije Talesovu teoremu i određuje nepoznate elemente sličnih trouglova; – računa sa stepenima čiji je izložilac cio i racionalan broj (složeniji zadaci); – navodi vezu između stepena i korijena; – računa s korijenima (složeniji zadaci); – racionališe imenilac razlomka (složeniji zadaci); – objašnjava relaciju $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$; – zapisuje kvadratnu funkciju ako su dati različiti podaci; – koristeći se grafikom kvadratne funkcije navodi njene osobine, – primjenjuje vezu između diskriminante i broja rješenja kvadratne jednačine i pravi paralelu s brojem nula kvadratne funkcije;

<ul style="list-style-type: none"> – -rješava elementarne eksponencijalne jednačine; – -prepoznaje logaritamsku funkciju, jednačinu i nejednačinu; – prepoznaje logaritam i zna da riješi zadatke tipa $\log_2 8 = x, \log_3 x = -2, \log_{\frac{1}{5}}$ 	<ul style="list-style-type: none"> – - rješava prostije jednačine u kojima se javljaju eksponencijalne i logaritamske funkcije. 	<ul style="list-style-type: none"> – primjenjuje Vietove formule i zna da napiše kvadratnu jednačinu ako su poznata njena rješenja; – daje geometrijsku interpretaciju rješenja sistema jedne kvadratne i jedne linearne jednačine; – -modelira prostije primjere koristeći eksponencijalne i logaritamske jednačine, nejednačine i funkcije.
---	--	--

III razred

Osnovni nivo	Srednji nivo	Viši nivo
<p>Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – primjenjuje pravilo proizvoda u jednostavnim primjerima; – razumije pojam varijacije, permutacije i kombinacije i zna formule za računanje njihovih broja; – razumije pojam varijacije s ponavljanjem i zna formulu za računanje broja varijacije s ponavljanjem; – radi najjednostavnije kombinatorne zadatke nivoa težine: na koliko se načina iz grupe od 9 učenika može izabrati tim za košarkašku utakmicu; – interpretira podatke date tabelarno ili grafički; – izračunava srednju vrijednost i disperziju diskretnog skupa; – računa površinu i zapreminu prizme; – računa površinu i zapreminu piramide u elementarnim slučajevima; – računa površinu i zapreminu zarubljene piramide u elementarnim slučajevima; – računa površinu i zapreminu valjka; – računa površinu i zapreminu kupe; – računa površinu i zapreminu zarubljene kupe sa zadatim elementima; 	<p>Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rješava zadatke nivoa: iz grupe od 7 žena i 4 muškarca treba izabrati delegaciju: na koliko se načina može izabrati delegacija tako da se ona sastoji od: a) 3 žene i 2 muškarca; b) pet osoba od kojih su bar dvije žene; c) bilo kog broja osoba s tim da mora biti jednak broj žena i muškaraca; – rješava standardne zadatke u kojima se nalaze elementi prizme: dijagonale, dijagonale strana, visina, ivice, presjeci/preseci, neki značajni uglovi; – rješava standardne zadatke u kojima se nalaze elementi piramide i zarubljene piramide: visina, ivice, neki značajni uglovi; – rješava standardne zadatke u kojima se nalaze elementi kupe i zarubljene kupe: visina, poluprečnik osnove, izvodnica, neki značajni uglovi; – računa površinu sfere; – računa zapreminu lopte; – izvodi jednačinu tangente iz tačke na kružnicu; – prepoznaje osobine datih nizova (monotonost, ograničenost); – izračunava n-ti član aritmetičkog ili 	<p>Učenik/učenica:</p> <ul style="list-style-type: none"> – radi kombinatorne zadatke nivoa težine: dvanaestoro djece iz vrtića treba da pređe ulicu i učiteljica želi da ih razvrsta u 6 parova; na koliko načina to može uraditi u slučaju: <ul style="list-style-type: none"> * kad je bitan redosljed parova; * kad nije bitan redosljed parova već samo ko sačinjava parove; – izračunava površinu i zapreminu tijela nastalog rotacijom pravougloga trapeza oko osnovica ili oko bočne stranice koja zaklapa pravi ugao s osnovicama; – izračunava površinu i zapreminu tijela nastalog rotacijom romba oko ose koja je ortogonalna na njegovu stranicu i postavljena je u tjemenu kod oštrog ugla; – primjenjuje znanja iz stereometrije u rješavanju praktičnih zadataka; – primjenjuje svojstva aritmetičkog i geometrijskog niza pri rješavanju problema iz svakodnevnog života.

<ul style="list-style-type: none"> – određuje jednačinu kružnice sa zadatim koordinatama centra i zadatim poluprečnikom; – iz opšte jednačine kružnice određuje koordinate njenog centra i poluprečnik; – navodi međusobni odnos prave i kružnice; – prepoznaje jednačinu parabole i iz nje ustanovi koordinate žiže; – skicira grafik parabole; – navodi jednačinu elipse i iz nje ustanovi koordinate žiže; – skicira grafik elipse; – navodi jednačinu hiperbole i iz nje ustanovi koordinate žiže; – određuje asimptote hiperbole; – skicira grafik hiperbole; – odredjuju brojni niz na osnovu zadatog pravila; – razumije pojam aritmetičke progresije; – primjenjuje formulu za računanje sume članova aritmetičke progresije; – razumije pojam geometrijske progresije; – primjenjuje formulu za računanje sume članova geometrijske progresije. 	<p>geometrijskog niza znajući odnose nekih elemenata.</p>	
---	---	--

Opisna ili brojčana ocjena treba da bude rezultat svih elemenata koji se javljaju u vrednovanju obrazovno-vaspitnih ishoda. Ona ne treba da bude puka aritmetička sredina provjere znanja učenika, nego mora da sadrži i druge elemente vrednovanja obrazovno-vaspitnih ishoda: *aktivnost učenika na časovima redovne nastave, domaći rad, dopunska i dodatna nastava, seminarski rad, eksterna kontrola, izrada didaktičkog*

materijala itd. Ovo praćenje treba da bude permanentno., tj. treba da predstavlja neku vrstu „pedagoške sredine“ koja pokazuje ukupno postignuće učenika.

U pojedinim domenima moguće je relativno precizno dati kriterijume vrednovanja ponašanja/aktivnosti učenika.

Primjer – aktivnost učenika i njegov rad na času:

dovoljan 2	Učenik se rijetko javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, zna manji dio svojstava, samostalno ne zaključuje i ne uočava uzročno-posljedične veze.
dobar 3	Učenik se javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, zna određeni dio svojstava i saopštava ih, nije samostalan u zaključivanju i ne uočava uzročno-posljedične veze.
vrlodobar 4	Učenik se redovno javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, dobro vlada činjenicama, ali nije uvijek samostalan pri izvođenju zaključaka ili uočavanju uzročno-posljedičnih veza.
odličan 5	Učenik se redovno javlja da odgovori na postavljeno pitanje ili učestvuje u rješavanju postavljenog zadatka, uspješno vlada činjenicama, samostalan je pri izvođenju zaključaka ili uočavanju uzročno-posljedičnih veza.

Primjer – domaći zadaci, izrada pismenih i kontrolnih zadataka, prezentacije i sl.

dovoljan 2	Samo po neki zadatak ima tačno rješenje, veći dio rješenja zadataka su nepotpuna, netačna i nepregledna, prezentacija je kratka sa malo sadržaja i djelimično daje odgovor na postavljeni zadatak.
dobar 3	Većina zadataka je riješena, provjere nijesu u potpunosti urađene, a zaključci su prisutni u manjoj mjeri, prezentacija je adekvatna sa odgovarajućom sadržinom, a zaključci nijesu potpuni.
vrlodobar 4	Rješenja zadataka su skoro uvijek pregledna i tačna, provjera je urađena i zaključci su uglavnom jasno izvedeni, prezentacija je cjelovita sa uglavnom jasno izvedenim zaključcima.
odličan 5	Rješenja zadataka su pregledna i tačna, provjera je urađena i zaključci su jasno izvedeni, prezentacija je cjelovita sa jasno izvedenim zaključcima i uopštava rješenja.

Domaći zadaci po obimu, sadržaju, težini i zanimljivosti treba da budu takvi da se, po pravilu, mogu uraditi za vrijeme do 30 minuta.

Za domaći rad treba davati zadatke preko kojih se utvrđuje, ponavlja, povezuje, sistematizuje i produbljuje nastavno gradivo.

c) Obaveze učenika

Obaveze učenika u nastavi matematike su:

- redovno praćenje nastave;
- poštovanje pravila rada na času;
- saradnja i dobra komunikacija, timski rad;
- učestvovanje u svim aktivnostima na času;
- izrada domaćih zadataka;
- izrada kontrolnih zadataka i testova;
- izrada pismenih zadataka;
- izrada seminarskih radova;
- učešće u projektima;
- učestvovanje u eksternim testiranjima-provjerama;
- učestvovanje u međunarodnim testiranjima.

d) Oblici praćenja i provjeravanja

Oblici praćenja i provjeravanja znanja

Pored znanja definicija, teorema i razumijevanje zadatka, predmet praćenja znanja sadrži i praćenje njihovih *kognitivnih vještina*: način rješavanja zadataka, sposobnost analize, upoređivanja, povezivanja i zaključivanja, kao i primjena i transformacija znanja: sposobnost rješavanja problema, kreativnost i kritičko mišljenje.

Znanje iz matematike se u gimnaziji provjerava usmenim ispitivanjem, provjerom domaćih zadataka, kratkim testovima i pismenim zadacima. U sva četiri razreda rade se po četiri dvočasovna pismena zadatka s još jednim časom koji je predviđen za ispravku. Među zadacima treba da budu veoma laki zadaci, čiju sadržinu određuje rubrika **osnovni nivo**, standardni zadaci (zadaci srednje težine), čiju sadržinu određuje rubrika **srednji nivo**, i jedan teži zadatak, čiju sadržinu određuje rubrika **viši nivo**.

Oblici praćenja i procjenjivanja vještina

Kod učenika se prate i procjenjuju vještine upotrebe matematičkih znanja na rješavanje kako čisto matematičkih zadataka, tako i zadataka međupredmetnih oblasti i iz realnog života.

Kada se procjenjuju vještine, treba ustanoviti da li učenik:

- može smisleno da rješava zadatke, i kog nivoa;
- koliko je u stanju da pravilno izvodi zaključak iz rješenja zadatka;
- može da izdvaja, upoređuje, klasifikuje i sortira, tj. obradi podatke iz realnog života i matematički ih modelira;
- primijeni matematička znanja i vještine na neke nove situacije kako bi riješio problem;
- koristeći vlastito znanje, može samostalno formulisati interesantne zadatke;
- jasno i precizno izlažu matematičke sadržaje;
- uspješno izlaže/prezentuje rezultate timskog rada;
- predlaže realnu ocjenu ostalim učenicima;
- pravilno procjenjuje svoje znanje.

Nastavnik treba da formira portfolio učenika koji će mu poslužiti da osmisli i planira dalji rad sa tim učenicom.

E. USLOVI ZA REALIZACIJU PREDMETA

a) Resursi za realizaciju predmetnog programa

Nastavni program iz matematike u gimnazijama treba da prate odgovarajući udžbenici, zbirke zadataka i metoda uputstva za njihovo korišćenje. Svi oni treba da budu koncipirani tako da omoguće efikasno postignuće ishoda učenja. Udžbenici i zbirke zadataka trebalo bi da budu pregledni, u jezičkom i matematičkom smislu korektni, savremeni, čitljivi, zanimljivi i grafički dobro urađeni. Matematička literatura od velike je pomoći učeniku i služi kao orijentacija nastavniku. Udžbenik treba da bude napisan tako da nastavniku zadaje redosljed lekcija, ukazuje na motivaciju za uvođenje novoga pojma, nudi inicijalne primjere. U udžbenicima i zbirkama mora se naći mjesto i za zahtjevnije teme, koje će nadareni učenici obrađivati u sklopu dodatne nastave (sekcije) ili samostalno, kod kuće. Ove djelove treba posebno naznačiti kao *dodatna literatura*.

Resursi za realizaciju predmetnog programa matematike u gimnazijama treba da čine: kabinet za matematiku, računarska učionica-kabinet za informatiku, školska biblioteka, biblioteka matematičkih programa, animacija itd.

Kabinet za matematiku treba da posjeduje:

- pribor za crtanje – školski trougaonik, lenjir, šestar;
- modele geometrijskih tijela;
- malu biblioteku matematičkih knjiga i časopisa.

Računarska učionica-kabinet za informatiku treba da posjeduje:

- personalne računare;
- biblioteku matematičkih programa;
- animacije (filmove) matematičkog sadržaja;
- vezu na Internetu;
- dostup nekim od matematičkih sajtova.

Školska biblioteka treba da posjeduje udžbenike i zbirke za svaki razred, te zbirke koje su namijenjene popularizaciji matematike i pripremi učenika za takmičenje.

b) Profil i stručna sprema nastavnika

Nastavu matematike u gimnazijama treba da realizuje predmetni nastavnik, koji može biti profesor matematike, profesor matematike i informatike, diplomirani matematičar ili osoba koja je na fakultetu za obrazovanje nastavnika završila dvopredmetnu grupu u okviru koje je jedan od predmeta matematika i inženjeri matematike (svi 240 ECTS), kao i lica koja su stekla Stepen specijaliste (Sci) usmjerena matematika ili matematika i informatika (svi 240 ECTS), ili Stepen Magistra (MSc) usmjerenja matematika ili matematika i informatika (svi 300 ECTS).

LITERATURA

U izradi Predmetnog programa korišćen je prethodno važeći Predmetni program filološke gimnazije zasnovan na ciljevima i predmetni programi srednjih stručnih škola zasnovani na ishodima. Pored naših, u izradi Predmetnog programa konsultovani su i predmetni programi iz država u regionu: Slovenija, Hrvatska, Bosna i Hercegovina i Srbija.

Predmetna **Komisija**:

prof. dr Žarko Pavićević, predsjednik

prof. Ivona Adžić, članica

prof. Nataša Vlahović, članica

mr Radič Radević, član

Nacionalni savjet za obrazovanje na sjednici održanoj 23. jula 2020. godine, utvrdio je **Predmetni program MATEMATIKA** za I, II i III razred (2, 2, 2) za filološku gimnaziju.