



REPUBLIKA CRNA GORA
MINISTARSTVO PROSVJETE I NAUKE

ZAVOD ZA ŠKOLSTVO

OPŠTA GIMNAZIJA

OBAVEZNI IZBORNI PREDMETI

predmetni programi

MATEMATIČKE FUNKCIJE U FIZICI

obavezni izborni predmet

I, II, III i IV razred opšte gimnazije

1. NAZIV NASTAVNOG PREDMETA**OBAVEZNI IZBORNI PREDMET****NAZIV PREDMETNOG PROGRAMA****MATEMATIČKE FUNKCIJE U FIZICI****2. ODREĐENJE PREDMETNOG PROGRAMA****a) Položaj, priroda i namjena predmetnog programa**

Priroda je ogromna knjiga u kojoj je napisana nauka. Ona je stalno otvorena, pred našim očima, ali je čovjek ne može razumjeti ukoliko prethodno ne nauči jezik i slova kojima je napisana. Napisana je jezikom matematike, a njena su slova trouglovi, kružnice i druge matematičke figure.

Galileo Galilej

Izborni predmet **matematičke funkcije u fizici** predviđen je u 1. i 2. razredu gimnazije sa 1 časom sedmično, a u 3. i 4. razredu sa 2 časa sedmično.

Naglasak predmeta **matematičke funkcije u fizici** je na spoznavanju suštine funkcionalnih zavisnosti fizičkih veličina, odnosno na matematičkom opisivanju fizičkih zakona i zakonitosti.

b) Broj časova po razredima i oblicima nastave

Razred	Oblici nastave	
	Teorijska i drugi oblici nastave za sve učenike/ce u obrazovnoj grupi	Vježbe i drugi oblici nastave kod kojih se obrazovna grupa dijeli na više manjih grupa
I	27	8
Ukupno	27	8

S obzirom na prirodu predmeta, njegove sadržaje i načine izvođenja nastave, koji se zasnivaju na posmatranju, vježbama i zaključivanju, to se u ovoj oblasti ne može potpuno precizno odrediti odnos broja časova.

3. OPŠTI CILJEVI PREDMETNOG PROGRAMA

Cilj ovog predmeta je da **učeniku/ci** omogućiti da:

- u učenju fizike koristi poznavanje matematičkih funkcija,
- upozna osnovne karakteristike matematičkih funkcija bez potpunog matematičkog zasnivanja,
- razmatra funkcionalne zavisnosti u fizici i
- rješava konkretne zadatke iz fizike.

4. SADRŽAJI I OPERATIVNI CILJEVI PREDMETNOG PROGRAMA

Matematičke funkcije u fizici: I razred¹

1.1. TEMA: FUNKCIONALNE ZAVISNOSTI I FIZIČKE VELIČINE I ZAKONI			(Orijentaciono: 4 časa)
Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razumije pojam funkcije, - razumije da se fizičkim veličinama opisuje svojstvo objekta ili pojava u prirodi, - zna da fizički zakon, kojim se izražava zavisnost između različitih svojstava ili pojava, može da se izrazi formulom. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - crtaju grafike funkcija oblika $y(x)=c$ $y(x)=ax+b$ (a, b i c su konstante) za podatke zadate u tablici (vrijednosti koordinate, brzine i ubrzanja u različitim trenucima), - navode formule iz fizike i grupišu ih po različitim svojstvima. 	Funkcija; fizičke veličine i zakoni.	<p>Fizika: (fizička veličina i fizički zakon).</p>

¹ U ovoj publikaciji dati su sadržaji i operativni ciljevi predmetnog programa Matematičke funkcije u fizici samo za prvi razred opšte gimnazije

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - navodi primjere formula kojima se definiše fizička veličina, - navodi primjere formula kojima se izražava funkcionalna zavisnost jedne veličine od drugih, - razlikuje formule kojima se definiše fizička veličina od formula kojima se izražava funkcionalna zavisnost jedne veličine od drugih. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - analiziraju razlike između različitih formula za jednu fizičku veličinu², - samostalno otkrivaju i objašnjavaju zašto se pojedine formule ne mogu razmatrati samo sa apstraktno-matematičkog³ stanovišta. 	<p>Formule kojima se definiše fizička veličina; formule koje izražavaju funkcionalnu zavisnost fizičkih veličina.</p>	<p>Matematika: (pojam funkcije).</p>
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - umije da zapiše brojnu vrijednost fizičke veličine u standardnom obliku⁴ $a \cdot 10^n$, gdje je $1 \leq a \leq 10$, $n \in Z$ - pri izračunavanju koristi četiri osnovne aritmetičke operacije sa brojnim vrijednostima fizičkih veličina u standardnom obliku. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uvježbavaju zapisivanje⁵ brojne vrijednosti fizičke veličine u standardnom obliku, - uče osnovne osobine stepena: <ul style="list-style-type: none"> stepenovanje stepena $(b^m)^n = b^{m \cdot n}$, stepen sa negativnim eksponentom $b^{-s} = \frac{1}{b^s}$ i vrijednost stepena kada je eksponent nula ($b^0 = 1$), - rješavaju zadatke u kojima su brojne vrijednosti fizičkih veličina date u standardnom obliku. 	<p>Standardni oblik brojne vrijednosti; četiri osnovne aritmetičke operacije sa brojnim vrijednostima fizičkih veličina u standardnom obliku.</p>	<p>Matematika: (eksponencijalna funkcija).</p> <p>Hemija: (struktura supstancije).</p>

² **Primjer 1.1.1.** Formule: $E = \frac{F}{q_p}$ (kao definicija jačine polja) i $E = k \frac{q}{r^2}$ (kao zavisnost jačine polja od naelektrisanja).

³ **Primjer 1.1.2.** Formulu $R = \frac{U}{I}$ ne možemo da posmatramo kao zavisnost otpora otpornika od jačine struje I i napona U na njegovim krajevima.

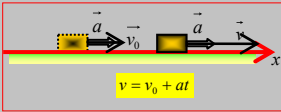
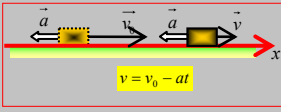
⁴ Pod **standardnim oblikom brojne vrijednosti** podrazumijevamo stepen sa osnovom 10 i eksponentom (izloziocem) n .

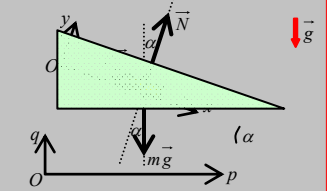
⁵ Primjeri zadataka:


1.1.3. Zapisati brojne vrijednosti u standardnom obliku: a) površinu Zemlje 510 083 000 000 000 m²; b) masu Zemlje 6 000 000 000 000 000 000 000 kg; c) prečnik molekula vode 0, 000 000 000 3 m; d) tijelo čovjeka se sastoji iz približno 100 000 000 000 000 ćelija.

1.1.4. Provjeriti jesu li tačne jednakosti: a) $0,2 \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^{-9}$; b) $32500 = 3,25 \cdot 10^4$; c) $7 \cdot 10^{-2} = 0,7 \cdot 10^{-1}$.

1.2. TEMA: NORMALNE PROJEKCIJE VEKTORSKIH FIZIČKIH VELIČINA**(Orijentaciono: 5 časova)**

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razlikuje pojmove <i>skalarna</i> i <i>vektorska fizička veličina</i>, - zna da je projekcija vektorske fizičke veličine skalarna veličina, - umije da grafički odredi projekciju vektorske fizičke veličine na koordinatnu osu, - određuje skalarnu jednakost koja odgovara projekciji vektorske jednakosti na zadatu koordinatnu osu. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - projektuju tačku na međusobno normalne koordinatne ose, - određuju koordinate tačke u pravougloj koordinatnoj sistemu, - za zadatu vektorsku fizičku veličinu grafički određuju njene komponente i projekcije duž koordinatnih osa pravouglog sistema, - za zadate primjere uvježbavaju projektovanje vektorske jednakosti na koordinatnu osu (primjer ravnomjerno ubrzanog pravolinijskog kretanja kada učenici/e projektuju jednakost $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ na x-osu za dva različita slučaja <div data-bbox="909 938 1189 1050" style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin: 10px 0;">  <p style="text-align: center;">$v = v_0 + at$</p> </div> <div data-bbox="909 1094 1189 1206" style="border: 1px solid red; padding: 5px; margin: 10px 0;">  <p style="text-align: center;">$v = v_0 - at$</p> </div>	<p>Normalna projekcija tačke i vektora na koordinatnu osu; projekcija vektorske jednačine na koordinatnu osu.</p>	<p>Matematika: (normalna projekcija tačke i vektora na koordinatnu osu).</p>

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacija
	<p>i primjer kretanja tijela po strmoj ravni</p>  <p>kada učenici/e za vektorsku jednakost</p> $\vec{ma} = \vec{mg} + \vec{N} + \vec{F}_{TR}$ <p>grafički određuju projekcije veličina na ose dva koordinatna sistema prikazana na slici – pOq i xOy).</p>		
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - izračunava vrijednost projekcije vektorske fizičke veličine na osu u slučajevima kada vektor zaklapa sa koordinatnom osom ugao: 0°, 45°, 90°, 180°, 270° ili 360°. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - određuju vrijednost projekcije vektorske fizičke veličine na osu u slučajevima kada ona zaklapa sa koordinatnom osom ugao: 0°, 90°, 180°, 270° ili 360°, - primjenom Pitagorine teoreme izračunavaju vrijednost projekcije vektorske fizičke veličine na osu u slučaju kada ona zaklapa sa koordinatnom osom ugao od 45°. 		
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - izračunava vrijednost projekcije vektorske fizičke veličine na osu u slučajevima kada ona zaklapa sa koordinatnom osom ugao: 30° ili 60°. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - primjenom Pitagorine teoreme izračunavaju vrijednost projekcije vektorske fizičke veličine na osu u slučajevima kada ona zaklapa sa koordinatnom osom ugao od 30° ili 60°, - uvježbavaju projektovanje vektorskih jednačina u primjerima razmatranja sila koje djeluju na tijelo pri njegovom kretanju po strmoj ravni nagibnog ugla 30° ili 60°. 		

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - umije da izrazi sinus oštrog ugla u pravouglom trouglu pomoću dužina njegovih stranica, - umije da izrazi kosinus oštrog ugla u pravouglom trouglu pomoću dužina njegovih stranica, - umije da izrazi tangens ugla pomoću sinusa i kosinusa tog ugla, - umije da izrazi tangens oštrog ugla u pravouglom trouglu pomoću dužina njegovih stranica, - izračunava projekcije vektorske fizičke veličine korišćenjem vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova: 0°, 30°, 45°, 60° ili 90°. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - crtaju pravougli trougao i uočavaju razliku između nalegle i naspramne katete, - korišćenjem definicije sinusa (kosinusa) ugla kao količnika naspramne katete (nalegle katete) i hipotenuze, određuju vrijednosti sinusne funkcije za 0°, 30°, 45°, 60° i 90°, - uvježbavaju određivanje vrijednosti sinusne funkcije pomoću „formule“: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{\text{redni broj prsta}}}{2},$  <p>pri čemu redni broj prsta 0, 1, 2, 3 i 4 (slika) odgovara redom uglu od 0°, 30°, 45°, 60° i 90°,</p> <ul style="list-style-type: none"> - na osnovu definicije tangensa ugla kao količnika sinusa i kosinusa ugla, izražavaju tangens ugla kao količnik naspramne i nalegle katete, - određuju tangens ugla za 0°, 30°, 45°, 60° i 90°. 	<p>Trigonometrijske funkcije oštrog ugla.</p>	<p>Matematika.</p>

Didaktičke preporuke

Preporučujemo da se koristi sintagma „projekcija jednačine“ iako ona nije najkorektniji izbor, ali je vjerovatno najočigledniji. Naime, radi se o tome da vektorskoj jednakosti za svaku koordinatnu osu odgovara po jedna skalarna jednakost. Pri tome, u skalarnoj jednakosti – umjesto vektorskih fizičkih veličina – figurišu njihove projekcije na datu koordinatnu osu.

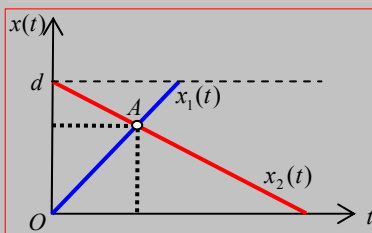
1.3. TEMA: GRAFIČKO PRIKAZIVANJE PROMJENE FIZIČKE VELIČINE SA VREMENOM (Orijentaciono: 4 časa)

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - je usvojio/la pojam grafika funkcije. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uče da svakom paru vrijednosti fizičkih veličina odgovara jedna tačka u koordinatnom sistemu čije su ose te veličine, - grafički prikazuju tabelarno zadate parove vrijednosti za različite funkcionalne zavisnosti. 	Pojam grafika funkcije.	<p>Matematika: (pojam grafika funkcije).</p>
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - tumači grafik zavisnosti koordinate, brzine i ubrzanja tačkastog tijela od vremena. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - analiziraju i tumače zadate primjere vremenskih zavisnosti koordinate, brzine i ubrzanja za pojedine intervale vremena i karakteristične trenutke (za translatorno i rotaciono kretanje). 	Primjeri grafika funkcije.	<p>Matematika: (pojam grafika funkcije).</p>
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna tumačenje ekstremne vrijednosti funkcije zavisnosti koordinate i brzine od vremena, - objašnjava promjenu znaka vrijednosti koordinate i brzine od vremena, - razumije da je pređeni put određen površinom figure koja je određena grafikom funkcije zavisnosti brzine od vremena. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uvježbavaju određivanje i tumačenje karakterističnih vrijednosti brzine, ubrzanja i koordinate u zadacima u kojima su zadati grafici oblika kao na slici. 	Ekstremne vrijednosti fizičke veličine; promjena znaka grafika zavisnosti fizičke veličine od vremena.	<p>Matematika: (ekstremna vrijednost funkcije; površina figure u ravni).</p>

1.4. TEMA: DIREKTNA I OBRNUTA PROPORCIONALNOST DVIJE FIZIČKE VELIČINE (Orijentaciono: 5 časova)

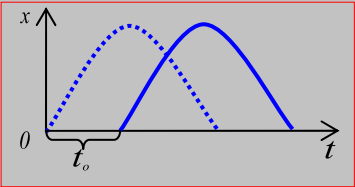
Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna da definiše direktnu proporcionalnost dvije fizičke veličine, - razumije pojam koeficijent k direktne proporcionalnosti ($y = kx$), - umije da nacrti grafik direktne proporcionalnosti dvije fizičke veličine. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - eksperimentalno određuju vrijednost koeficijenta za direktnu proporcionalnost dvije fizičke veličine, - nabrajaju parove fizičkih veličina koje su direktno proporcionalne, - na osnovu grafika uočavaju direktnu proporcionalnost fizičkih veličina. 	Direktna proporcionalna zavisnost i njen grafik.	Matematika.
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - primjenjuje osnovne osobine direktne proporcionalnosti u rješavanju zadataka iz mehanike. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uče da se, za direktno proporcionalne fizičke veličine, sa povećanjem jedne veličine n puta - isto toliko puta poveća i druga veličina, - rješavaju zadatke iz mehanike u kojima koriste osobinu da su veličine direktno proporcionalne $\left(\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}\right)$. 	Osobine direktne proporcionalnosti.	Matematika.
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna da definiše obrnutu proporcionalnost dvije fizičke veličine, - razumije pojam koeficijent K obrnute proporcionalnosti ($xy = K$), - umije da nacrti grafik obrnute proporcionalnosti dvije fizičke veličine. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - analiziraju primjere (zadate formulom ili tabelom) i prepoznaju kada su dvije fizičke veličine obrnuto proporcionalne, - nabrajaju parove fizičkih veličina koje su obrnuto proporcionalne, - crtaju i upoređuju grafike obrnute proporcionalnosti fizičkih veličina za različite vrijednosti koeficijenta obrnute proporcionalnosti. 	Obrnuta proporcionalna zavisnost i njen grafik.	Matematika.
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - primjenjuje osnovne osobine obrnute proporcionalnosti u rješavanju zadataka iz mehanike. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uče da se, za obrnuto proporcionalne fizičke veličine, sa povećanjem jedne veličine n puta - isto toliko puta smanji druga veličina, - rješavaju zadatke iz mehanike u kojima koriste osobinu da su veličine obrnuto proporcionalne $\left(\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_1}{x_2}\right)$. 	Osobine obrnute proporcionalnosti.	Matematika.

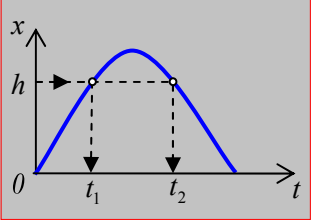
1.5. TEMA: LINEARNA ZAVISNOST DVIJE FIZIČKE VELIČINE			(Orientaciono: 5 časova)
Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razumije linearnu zavisnost dvije fizičke veličine $y = ax + b$, - umije da nacrti grafik linearne zavisnosti $y = ax + b$ za različite vrijednosti ugaonog koeficijenta (nagiba) a i „početne ordinate“ b. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uvježbavaju određivanje tačaka presjeka grafika linearne funkcije sa koordinatnim osama (kod translatornog i rotacionog kretanja), - objašnjavaju zadate grafike zavisnosti brzine i ubrzanja od vremena. 	Grafik linearne funkcije.	Matematika.
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - tumači nagib grafika linearne funkcije, - iz zadatog grafika linearne zavisnosti kinematičke veličine od vremena određuje parametre kretanja i analizira kretanje jednog i više tijela. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - crtaju i upoređuju grafike zavisnosti koordinate od vremena za ravnomjerno kretanje: puža, čovjeka, geparda, - određuju grafike zavisnosti koordinata dva tijela koja se kreću u suprotnim smjerovima i tumače koordinate tačke presjeka grafika (tačka A na slici). 	Nagib grafika linearne funkcije.	Matematika.



1.6. TEMA: KVADRATNA ZAVISNOST DVIJE FIZIČKE VELIČINE

(Orijentaciono: 5 časova)

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razumije da grafik kvadratne funkcije ima oblik parabole, - na osnovu poznavanja grafika kvadratne funkcije $f(x)$ umije da crta i koristi grafik funkcije $f(x+A)$ za $A \geq 0$ i $A \leq 0$. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - crtaju grafik funkcije zavisnosti $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$ kod slobodnog pada, - za zadate vrijednosti ubrzanja i početne brzine, crtaju grafik funkcije zavisnosti $x(t) = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ kod ravnomjerno ubrzanog i ravnomjerno usporenog pravolinijskog kretanja, - grafički predstavljaju zavisnost koordinate tačke od vremena u slučaju kada se tačka kreće ravnomjerno  <p>ubrzano pravolinijski i kada početni trenutak t_0 nije jednak nuli.</p>	Parabola.	Matematika.
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - izračunava nule kvadratne funkcije oblika $y(x) = ax^2 + bx$, - skicira grafik kvadratne funkcije $y(x) = ax^2 + bx$. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - određuju dvije nule rješavanjem jednačine $t \left(v_0 - \frac{1}{2}at \right) = 0$, - tumače nule i tjeme funkcije $x(t) = v_0t + \frac{1}{2}at^2$, - utvrđuju konveksnost/konkavnost grafika kvadratne funkcije $x(t)$ u zavisnosti od znaka projekcije ubrzanja na pravac kretanja. 	Grafik kvadratne funkcije.	

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razumije i koristi dvije vrijednosti kvadratne funkcije za jedan argument. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - analiziraju i rješavaju zadatke⁶ iz fizike u kojima se primjenjuje jedna vrijednost kvadratne funkcije za dva različita argumenta,  <ul style="list-style-type: none"> - rješavaju zadatke⁷ u kojima se jedna tačka kreće ravnomjerno ubrzano a polazi ranije/kasnije od druge. 	<p>Jedna vrijednost za dva (različita) argumenta kvadratne funkcije; grafik kvadratne funkcije $f(x+A)$.</p>	<p>Matematika.</p>
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - na osnovu zadatog grafika zavisnosti koordinate od vremena analizira i crta grafike zavisnosti brzine i ubrzanja, - na osnovu zadatog grafika zavisnosti brzine od vremena analizira i crta grafik zavisnosti koordinate od vremena. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - objašnjavaju kako su međusobno povezani grafici zavisnosti koordinate, brzine i ubrzanja od vremena za pojedine oblike kretanja, - rješavaju primjere⁸ „prelazaka“ sa jednog grafika na drugi grafik/ $v(t) \rightarrow a(t)$; $a(t) \rightarrow v(t)$; $v(t) \rightarrow x(t)$; $x(t) \rightarrow v(t)$. 	<p>Grafici kretanja.</p>	<p>Matematika.</p>

⁶ **Primjer 1.6.1.** Kamen je izbačen vertikalno naviše. Na istoj visini nalazi se u trenucima t_1 i t_2 . Odrediti početnu brzinu kamena.

⁷ **Primjer 1.6.2.** Žongler izbacuje sa iste visine vertikalno uvis dvije loptice početnim brzinama $v_0 = 5$ m/s, jednu za drugom, poslije intervala $t_0 = 0,31$ s. Odrediti poslije koliko vremena, od trenutka bacanja prve loptice, će obje loptice biti na istoj visini.

⁸ Vidjeti **primjer 1.6.3.** u dodatku 3.

1.7. TEMA: ODREĐIVANJE NAJMANJE I NAJVEĆE VRIJEDNOSTI FIZIČKE VELIČINE (Orientaciono: 6 časova)

Operativni ciljevi	Aktivnosti	Pojmovi/sadržaji	Korelacije
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razumije šta su ekstremne vrijednosti fizičke veličine, - određuje ekstremnu vrijednost fizičke veličine primjenom osobina kvadratne funkcije. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - određuju koordinate tjemena parabole na osnovu poznatih vrijednosti nula kvadratne funkcije. 	Maksimum i minimum fizičke veličine.	Matematika.
<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - određuje ekstremnu vrijednost fizičke veličine primjenom nejednakosti aritmetičke i geometrijske sredine. 	<p>Učenici/e:</p> <ul style="list-style-type: none"> - polazeći od očigledne nejednakosti $(\sqrt{A} - \sqrt{B})^2 \geq 0$, za $A \geq 0$ i $B \geq 0$ pokazuju da je $\frac{A+B}{2} \geq \sqrt{A \cdot B}$ i na osnovu ove nejednakosti određuju izraze za minimalnu vrijednost zbira $(A+B)_{MIN} = 2\sqrt{A \cdot B}$ i maksimalnu vrijednost proizvoda $(A \cdot B)_{MAX} = \frac{1}{4} \sqrt{A+B}$ u slučaju kada je $A = B$, - uvježbavaju rješavanje zadataka iz mehanike u kojima primjenjuju dobijene izraze za maksimalnu vrijednost zbira i minimalnu vrijednost proizvoda dvije fizičke veličine. 	Maksimalna vrijednost zbira i minimalna vrijednost proizvoda.	Matematika.

5. DIDAKTIČKE PREPORUKE

O **vektorskim veličinama** u fizici učenicima/ama treba naročito skrenuti pažnju na tri stvari:

1) Bilo koja vektorska jednakost (u srednjoškolskoj fizici) ekvivalentna je sistemu tri skalarne jednakosti. Tako, ako je \vec{a} ubrzanje tijela pod dejstvom sile \vec{F} , onda je vektorskoj jednakosti $\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}$ (II Njutnov zakon) ekvivalentan sistem od tri skalarne:

$$a_x = \frac{1}{m}F_x,$$

$$a_y = \frac{1}{m}F_y,$$

$$a_z = \frac{1}{m}F_z,$$

u kojima figurišu projekcije vektora na koordinatne ose x, y i z.

2) Osim geometrijskog načina sabiranja vektora (pravilo paralelograma i poligona), postoji i algebarski način. Za vektor \vec{F} , koji je rezultanta dva vektora:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

imamo da su njegove komponente:

$$F_x = F_{1x} + F_{2x},$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y},$$

$$F_z = F_{1z} + F_{2z}.$$

U srednjoškolskim zadacima iz fizike obično se događaji razmatraju u jednoj ravni. Tada povoljnom orijentacijom osa možemo svesti gornji sistem na dvije skalarne jednakosti.

3) Vektorske veličine se mogu povezati jedna sa drugom samo znakom jednakosti. Zbog toga, od sljedeća četiri izraza:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{B}, \\ \vec{A} &\geq \vec{B}, \\ \vec{A} &< \vec{B}, \\ \vec{A} &> \vec{0},\end{aligned}$$

ima smisla samo prvi izraz. „Veći“ i „manji“ možemo govoriti samo za intenzitete ili projekcije vektora.

Istina, ponekad u literaturi nailazimo na tvrđenja oblika: „Sila potiska balona je veća od njegove težine“, „Ubrzanje slobodnog pada na Mjesecu je 6 puta manje od ubrzanja slobodnog pada na Zemlji“ itd. Jasno je da je ovdje riječ ne o silama i ubrzanjima, već o njihovim intenzitetima ili projekcijama na (vertikalnu) osu.



Obično se u rješavanju zadataka iz fizike rješava sistem jednačina. Pri pravolinijskom kretanju konstantnim ubrzanjem imamo da je zavisnost koordinata od vremena:

$$\begin{aligned}x(t) &= x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x}{2}t^2 \\ y(t) &= 0 \\ z(t) &= 0,\end{aligned}$$

a projekcija brzine od vremena:

$$\begin{aligned}v_x(t) &= v_{0x} + a_x t \\ v_y(t) &= 0 \\ v_z(t) &= 0.\end{aligned}$$

Učenicima/ama treba napomenuti da navedenih 6 relacija određuju **6 funkcija** i omogućavaju nam da možemo da odredimo položaj i brzinu tačkastog tijela u bilo kojem trenutku (a ne samo u „konačnom trenutku“). Ove relacije sadrže sve informacije neophodne za rješavanje zadataka u kojima se razmatra kretanje konstantnim ubrzanjem. Naravno, u skladu sa zadatim uslovima konkretnog zadatka, na osnovu gornjih funkcija dobija se sistem algebarskih jednačina.



Neophodno je da nastavnik/ca istakne učenicima/ama da je eksperiment u osnovi fizike. Uvesti jednu ili drugu fizičku veličinu kao skalarnu ili vektorsku možemo samo na osnovu eksperimenta koji će nam to potvrditi. Česta su tvrđenja oblika: „Sila (brzina, ubrzanje i sl.) sabiraju se geometrijski zbog toga što su vektorske veličine“. Ovakva tvrđenja su u principu pogrešna, jer su ovdje uzrok i posljedica zamijenili mjesta. Treba govoriti da: „Eksperimentom je utvrđeno da je sila određena vrijednošću, pravcem i smjerom i sa drugom silom se sabira po pravilu paralelograma. Slijedi da je sila vektor i – opisujuću silu – možemo koristiti matematički aparat koji je razrađen za vektore“.

Iz definicije fizičke veličine pomoću druge fizičke veličine koja je vektorska, uopšteno govoreći, ne slijedi⁹ da je i definisana veličina vektorska. Ovo možemo utvrditi samo eksperimentalno.

Formalno, možemo uvijek odrediti zbir istoimenih skalara i vektora, kao i razložiti zadati vektor na komponente na beskonačan broj načina. Međutim, pri izučavanju prirodnih pojava mi možemo da koristimo samo one operacije koje imaju fizički smisao¹⁰.

Sposobnost operisanja sa skalarnim i vektorskim veličinama i umijeće fizičkog tumačenja svakog od vektora naročito dolaze do izražaja u mehanici. Zbog toga, upravo u ovom dijelu fizike potrebno je da učenici/e steknu pravilne navike u radu sa fizičkim veličinama.



Prilikom crtanja i tumačenja grafika promjene neke veličine, korisno je voditi računa o fizičkoj strani same promjene. Tako, recimo, poznato je da se brzina tijela ne može¹¹ trenutno promijeniti. To znači da u realnosti ne postoje takve promjene brzine koje bi se u trenutku promjene prikazivale sa dva pravca tangente na tačku grafika zavisnosti koordinate od vremena.

⁹ Vektor jačine električnog polja \vec{E} se definiše pomoću sile \vec{F} koja djeluje na tačkasto naelektrisanje q : $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$. Sličan je izraz i za pritisak: $p = \frac{F}{S}$, ali – pritisak je *skalarna* veličina.

¹⁰ Očigledan primjer besmislene operacije sabiranja je sabiranje vektora sile akcije i vektora sile reakcije.

¹¹ Ovo se efektno može pokazati analizom jednakosti $F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$, tj. $m \Delta v = F \Delta t$.



Prilikom podjele časova potrebno je voditi računa da pojedini dio ne bude zastupljen sa previše časova, odnosno – da se neki dio ne zanemari previše. Okvirni prijedlog za raspodjelu časova je:

TEMA	
1.1. Funkcionalna zavisnost i fizičke veličine i zakoni	4 časa
1.2. Normalne projekcije vektorskih fizičkih veličina	5 časova
1.3. Grafičko prikazivanje promjene fizičke veličine sa vremenom	4 časa
1.4. Direktna i obrnuta proporcionalnost dvije fizičke veličine	5 časova
1.5. Linearna zavisnost dvije fizičke veličine	5 časova
1.6. Kvadratna zavisnost dvije fizičke veličine	5 časova
1.7. Određivanje najmanje i najveće vrijednosti fizičke veličine	6 časova

6. STANDARDI ZNANJA

Tema	
1.1. FUNKCIONALNE ZAVISNOSTI I FIZIČKE VELIČINE I ZAKONI	<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zna pojam funkcije; - navodi primjere formula kojima se izražava fizički zakon; - navodi primjere formula kojima se definiše fizička veličina; - navodi primjere formula kojima se izražava funkcionalna zavisnost jedne veličine od drugih; - razlikuje formule kojima se definiše fizička veličina od formula kojima se izražava funkcionalna zavisnost jedne veličine od drugih; - umije da zapiše brojnu vrijednost fizičke veličine u standardnom obliku $a \cdot 10^n$, gdje je $1 \leq a \leq 10$, $n \in \mathbb{Z}$; - pri izračunavanju koristi četiri osnovne aritmetičke operacije sa brojnim vrijednostima fizičkih veličina u standardnom obliku.

Tema	
<p style="text-align: center;">1.2. NORMALNE PROJEKCIJE VEKTORSKIH FIZIČKIH VELIČINA</p>	<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razlikuje pojmove <i>skalarna</i> i <i>vektorska fizička veličina</i>; - zna da je projekcija vektorske fizičke veličine skalarna veličina; - umije da grafički odredi projekciju vektorske fizičke veličine na koordinatnu osu; - određuje skalarnu jednakost koja odgovara projekciji vektorske jednakosti na zadatu koordinatnu osu; - umije da izrazi sinus oštrog ugla u pravouglom trouglu pomoću dužina njegovih stranica; - umije da izrazi kosinus oštrog ugla u pravouglom trouglu pomoću dužina njegovih stranica; - umije da izrazi tangens ugla pomoću sinusa i kosinusa tog ugla; - izračunava projekcije vektorske fizičke veličine korišćenjem vrijednosti trigonometrijskih funkcija uglova: 0°, 30°, 45°, 60° ili 90°.
<p style="text-align: center;">1.3. GRAFIČKO PRIKAZIVANJE PROMJENE FIZIČKE VELIČINE SA VREMENOM</p>	<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - je usvojio/la pojam grafika funkcije; - tumači grafik zavisnosti koordinate, brzine i ubrzanja tačkastog tijela od vremena; - zna tumačenje ekstremne vrijednosti funkcije zavisnosti koordinate i brzine od vremena; - objašnjava promjenu znaka vrijednosti koordinate i brzine od vremena; - razumije da je pređeni put određen površinom figure određenom grafikom funkcije zavisnosti brzine od vremena.
<p style="text-align: center;">1.4. DIREKTNA I OBRNUTA PROPORCIONALNOST DVIJE FIZIČKE VELIČINE</p>	<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - definiše direktnu proporcionalnost dvije veličine; - razumije pojam koeficijent proporcionalnosti k ($y = kx$); - umije da nacrtat grafik direktne proporcionalnosti dvije veličine; - primjenjuje osnovne osobine direktne proporcionalnosti u rješavanju zadataka iz fizike; - definiše obrnutu proporcionalnost dvije veličine; - razumije pojam koeficijent K obrnute proporcionalnosti ($xy = K$); - umije da nacrtat grafik obrnute proporcionalnosti dvije veličine; - primjenjuje osnovne osobine obrnute proporcionalnosti u rješavanju zadataka iz fizike.
<p style="text-align: center;">1.5. LINEARNA ZAVISNOST DVIJE FIZIČKE VELIČINE</p>	<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razumije linearnu zavisnost dvije fizičke veličine $y = ax + b$; - umije da nacrtat grafik linearne zavisnosti $y = ax + b$ za različite vrijednosti ugaonog koeficijenta (nagiba) a i „početne ordinate“ b; - tumači nagib grafika linearne funkcije; - iz zadatog grafika linearne zavisnosti kinematičke veličine od vremena određuje parametre kretanja i analizira kretanje jednog i više tijela.

Tema	
<p style="text-align: center;">1.6. KVADRATNA ZAVISNOST DVIJE FIZIČKE VELIČINE</p>	<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razumije da grafik kvadratne funkcije ima oblik parabole; - na osnovu poznavanja grafika kvadratne funkcije $f(x)$ umije da crta i koristi grafik funkcije $f(x+A)$ za $A \geq 0$ i $A \leq 0$; - izračunava nule kvadratne funkcije oblika $y(x) = ax^2 + bx$; - skicira grafik kvadratne funkcije.
<p style="text-align: center;">1.7. ODREĐIVANJE NAJMANJE I NAJVEĆE VRIJEDNOSTI FIZIČKE VELIČINE</p>	<p>Učenik/ca treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> - razumije šta su ekstremne vrijednosti fizičke veličine; - određuje ekstremnu vrijednost fizičke veličine primjenom osobina kvadratne funkcije.

7. NAČINI PROVJERAVANJA ZNANJA I OCJENJIVANJA

Ocjenom se opisuje znanje i spretnost učenika/ca, odnosno izražava se:

- učestvovanje u radu grupe;
- usmeno, pismeno i grafičko sporazumijevanje;
- priprema odluke, planiranje, sakupljanje informacija, rješavanje problema i vrednovanje rezultata rada i
- kvalitet rada i njegova originalnost.

Sadržaji predmeta, koje učenik/ca treba da upozna i ovlada njima, izražavaju se kroz opažanja pojedinih znanja i spretnosti. Tako, recimo, pri usmenoj komunikaciji nastavnik/ca utvrđuje razumijevanje formalno-matematičkog izražavanja pri opisivanju fizičkih zakona. Ocjene iz pojedinih tema, odnosno projekata nijesu zasebne, tako da ocjena iz predmeta uključuje ocjene iz pojedinih tema, odnosno projekata.

8. RESURSI ZA REALIZACIJU

Resursi za realizaciju ovog programa odgovaraju resursima za realizaciju osnovnog programa fizike.

9. PROFIL I STRUČNA SPREMA NASTAVNIKA/CA I STRUČNIH SARADNIKA/CA

Nastavnik/ca je osposobljen/a da predaje matematičke funkcije u fizici ukoliko je završio/la studije fizike.

D O D A C I**DODATAK 1 - TEME I SADRŽAJI IZ PROGRAMA MATEMATIKE ZA OPŠTU GIMNAZIJU**

I razred	
Tema	Sadržaj
1.1. Logika i skupovi (18% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Iskaz, istinitosna vrijednost iskaza. ⇒ Osnovne logičke operacije. ⇒ Iskazne formule. Tautologije. ⇒ Važniji zakoni zaključivanja. ⇒ Kvantifikatori. ⇒ Skup, zadavanje skupa. ⇒ Operacije sa skupovima. Relacija inkluzije \subset. Partitivni skup. ⇒ Dekartov proizvod. ⇒ Relacije. ⇒ Funkcije.
1.2. Skupovi brojeva (13% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Prirodni i cijeli brojevi. ⇒ Racionalni brojevi. ⇒ Razmjera, proporcija i procenti. ⇒ Direktna i obrnuta proporcionalnost i primjene. ⇒ Realni brojevi. ⇒ Iracionalni brojevi. ⇒ Apsolutna vrijednost broja
1.3. Racionalni algebarski izrazi (22% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Cijeli algebarski izrazi i polinom jedne promjenljive. ⇒ Jednakost polinoma i operacije sa polinomima. ⇒ Bezuov stav. ⇒ Rastavljanje polinoma na proste činioce. ⇒ NZS i NZD za polinome. ⇒ Racionalni algebarski izrazi. ⇒ Operacije sa racionalnim algebarskim izrazima.

I razred	
Tema	Sadržaj
<p>1.4. Linearna funkcija. Linearne jednačine i nejednačine (18% godišnjeg broja časova)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Pravougli koordinatni sistem. ⇒ Realna funkcija. ⇒ Linearna funkcija. ⇒ Jednačina prave u ravni. ⇒ Linearna jednačina. ⇒ Linearna nejednačina. ⇒ Sistem linearnih jednačina. ⇒ Sistem linearnih nejednačina. ⇒ Gausova metoda.
<p>1.5. Geometrija u ravni (28% godišnjeg broja časova)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Osnovni pojmovi. ⇒ Paralelnost i normalnost. ⇒ Trougao. Podudarnost trouglova. ⇒ Kružna linija, krug, luk. ⇒ Četvorougao i pravilni mnogougao. ⇒ Izometrijske transformacije. ⇒ Konstruktivni zadaci. ⇒ Talesova teorema. Homotetija. ⇒ Sličnost.

II razred	
Tema	Sadržaj
2.1. Stepenovanje i korjenovanje (13% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Stepen čiji je izložilac cio broj. ⇒ Operacije sa stepenima čiji je izložilac cio broj. ⇒ Realna funkcija i njene osobine. ⇒ Stepena funkcija $y = x^n, n \in \mathbb{N}$ i njen grafik. ⇒ Inverzna funkcija. ⇒ Korijen. Operacije sa korijenima. ⇒ Racionalisanje. ⇒ Stepen čiji je izložilac racionalan broj. ⇒ Osnovne operacije sa korijenima.
2.2. Kompleksni brojevi (7% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Kompleksni broj i njegov algebarski oblik. ⇒ Operacije sa kompleksnim brojevima i njihove osobine. ⇒ Stepen imaginarne jedinice. ⇒ Konjugovano kompleksni broj i njegove osobine. ⇒ Geometrijska interpretacija kompleksnog broja. ⇒ Apsolutna vrijednost kompleksnog broja. ⇒ Računanje sa kompleksnim brojevima.
2.3. Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija (27% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Kvadratna jednačina sa jednom nepoznatom. ⇒ Nepotpuna kvadratna jednačina. ⇒ Potpuna kvadratna jednačina. ⇒ Diskriminanta i priroda rješenja kvadratne jednačine. ⇒ Vietove formule i primjena. ⇒ Rastavljanje kvadratnog trinoma na linearne činioce i primjena. ⇒ Jednačine koje se svode na kvadratnu. ⇒ Sistem od jedne kvadratne i jedne linearne jednačine. ⇒ Sistem od dvije kvadratne jednačine. ⇒ Kvadratna funkcija i njene osobine. ⇒ Kvadratne nejednačine. ⇒ Iracionalne jednačine.

II razred	
Tema	Sadržaj
<p>2.4. Eksponencijalna i logaritamska funkcija (22% godišnjeg broja časova)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Eksponencijalna funkcija $y = a^x, a > 1,$ $y = a^x, 0 < a < 1.$ ⇒ Osobine i grafik eksponencijalne funkcije. ⇒ Eksponencijalna jednačina. ⇒ Eksponencijalna nejednačina. ⇒ Pojam logaritma i osnovna svojstva. ⇒ Broj e i prirodni logaritam. ⇒ Osnovna pravila logaritmovanja. ⇒ Logaritamska funkcija $y = \log_a x, a > 1,$ $y = \log_a x, 0 < a < 1.$ ⇒ Osobine i grafik logaritamske funkcije. ⇒ Logaritamske jednačine. ⇒ Logaritamske nejednačine.
<p>2.5. Trigonometrijske funkcije (13% godišnjeg broja časova)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Definicija trigonometrijskih funkcija oštrog ugla. ⇒ Trigonometrijske funkcije komplementnog ugla. ⇒ Vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih oštarih uglova. ⇒ Osnovni trigonometrijski identiteti. ⇒ Uopštenje pojma ugla. ⇒ Mjerenje ugla (stepen, radijan). ⇒ Trigonometrijska kružnica. ⇒ Definicija trigonometrijskih funkcija proizvoljnog ugla. ⇒ Značaj trigonometrijskih funkcija. ⇒ Zavisnost između trigonometrijskih funkcija jednog ugla. ⇒ Svođenje trigonometrijskih funkcija na vrijednost od funkcije oštrog ugla. ⇒ Izračunavanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija ako je zadata vrijednost jedne od njih. ⇒ Periodičnost. ⇒ Trigonometrijske jednačine.

II razred	
Tema	Sadržaj
2.6. Vektori (19% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none">⇒ Definicija vektora. Jednakost vektora, suprotan vektor, nula vektor.⇒ Sabiranje i oduzimanje vektora.⇒ Množenje vektora brojem.⇒ Linearna zavisnost i nezavisnost vektora. Kolinearni i komplanarni vektori.⇒ Pravougli koordinatni sistem u ravni i prostoru.⇒ Koordinate vektora u ravni i prostoru.⇒ Svojstva koordinata vektora.⇒ Projekcije vektora.⇒ Skalarni proizvod. Intenzitet vektora.⇒ Skalarni proizvod u pravouglom koordinatnom sistemu.⇒ Vektorski proizvod.⇒ Primjena vektora u geometriji.

III razred	
Tema	Sadržaj
3.1. Trigonometrija (32% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Grafici trigonometrijskih funkcija. ⇒ Sinusna i kosinusna teorema. ⇒ Adicione formule. ⇒ Trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i poluugla. ⇒ Pretvaranje zbira trigonometrijskih funkcija u proizvod i obrnuto. ⇒ Trigonometrijske jednačine i nejednačine. ⇒ Formule za računanje površine trougla.
3.2. Stereometrija (25% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Prizma. ⇒ Piramida i zarubljena piramida. ⇒ Valjak. ⇒ Kupa i zarubljena kupa. ⇒ Sfera i lopta.
3.3. Analitička geometrija u ravni (25% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Rastojanje dvije tačke u koordinatnoj ravni. ⇒ Podjela duži u datom odnosu. ⇒ Površina trougla. ⇒ Prava u ravni. ⇒ Kružnica. ⇒ Parabola. ⇒ Elipsa. ⇒ Hiperbola.
3.4. Metod matematičke indukcije. Aritmetička i geometrijska progresija (17% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Princip matematičke indukcije. ⇒ Metod matematičke indukcije. ⇒ Njutnova binomna formula. ⇒ Aritmetička progresija. Zbir prvih n članova aritmetičke progresije. ⇒ Geometrijska progresija. Zbir prvih n članova geometrijske progresije.

IV razred	
Tema	Sadržaj
4.1. Elementi matematičke analize (25% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Niz i granična vrijednost niza. ⇒ Funkcija. ⇒ Inverzna funkcija. ⇒ Granična vrijednost funkcije. ⇒ Neprekidnost funkcije. ⇒ Asimptota funkcije.
4.2. Elementi diferencijalnog računa (25% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Diferencijalni račun. ⇒ Crtanje grafika funkcije.
4.3. Elementi integralnog računa (25% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Neodređeni integral (<i>metod zamjene; metod parcijalne integracije; postupci računanja racionalnih funkcija</i>). ⇒ Određeni integral (<i>integralna suma i određeni integral kao njena granična vrijednost; geometrijska interpretacija; Njutn-Lajbnicova formula; površine ravne figure; zapremina rotacionog tijela; zapremine valjka, kupe i sfere; dužina luka krive</i>).
4.4. Kombinatorika, vjerovatnoća i statistika (25% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Osnovna pravila prebrojavanja. ⇒ Varijacije, permutacije i kombinacije bez ponavljanja. ⇒ Varijacije sa ponavljanjem. ⇒ Slučajni opit. Ishodi. Događaji. ⇒ Vjerovatnoća. ⇒ Populacija, uzorak, obilježje, histogrami, kumulativne frekvencije, frekvencijski kolač.

DODATAK 2 - TEME I SADRŽAJI IZ PROGRAMA FIZIKE ZA OPŠTU GIMNAZIJU

I razred	
Tema	Sadržaj
1.1. Fizička veličina i mjerenje (9% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Fizička veličina. ⇒ Jedinica fizičke veličine. ⇒ Mjerenje. ⇒ Greške mjerenja.
1.2. Sila (23% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Pojam sile. ⇒ Sila je vektor. ⇒ Slaganje sila. ⇒ Projekcija sile na osu. ⇒ Razlaganje sile. ⇒ Zakon o akciji i reakciji. ⇒ Mjerenje intenziteta sile. ⇒ Moment sile. ⇒ Ravnoteža poluge. ⇒ Mehaničke deformacije tijela. ⇒ Hukov zakon.
1.3. Pravolinijsko kretanje (20% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Mehaničko kretanje. ⇒ Put. ⇒ Pomjeraj. ⇒ Srednja brzina. ⇒ Trenutna brzina. ⇒ Ubrzanje. ⇒ Zavisnost puta i brzine od vremena. ⇒ Slobodni pad. ⇒ Vertikalni hitac.

I razred	
Tema	Sadržaj
1.4. Krivolinijsko kretanje (11% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Kretanje tačkastog tijela u ravni. ⇒ Horizontalni hitac. ⇒ Opisivanje kretanja tijela u ravni pomoću vektora. ⇒ Relativna brzina. ⇒ Složeno kretanje.
1.5. Zakoni kretanja (6% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Prvi Njutnov zakon. ⇒ Drugi Njutnov zakon.
1.6. Impuls (9% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Impuls tačkastog tijela. ⇒ Zakon održanja impulsa. ⇒ Primjeri primjene zakona održanja impulsa.
1.7. Kružno kretanje (14% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Ugaona brzina. ⇒ Ravnomjerno kružno kretanje. ⇒ Ugaono ubrzanje. ⇒ Analogija veličina i formula za pravolinijsko i kružno kretanje. ⇒ Centrifugalna i centripetalna sila. ⇒ Njutnov zakon gravitacije.
1.8. Kretanje krutog tijela (9% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Translatorno i rotaciono kretanje krutog tijela. ⇒ Moment inercije. ⇒ Moment impulsa. ⇒ Zakon održanja momenta impulsa.

II razred	
Tema	Sadržaj
2.1. Rad i energija (20% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Rad sile. ⇒ Rad sile pritiska. ⇒ Kinetička energija. ⇒ Potencijalna energija. ⇒ Zakon održanja ukupne mehaničke energije. ⇒ Zakon održanja energije. ⇒ Snaga.
2.2. Mehaničke osobine supstancije (11% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Agregatna stanja. ⇒ Gustina supstancije. ⇒ Molekulska struktura supstancije. ⇒ Pritisak u fluidu. ⇒ Kretanje tečnosti. ⇒ Jednačina kontinuiteta.
2.3. Toplota (17% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Osnovne termodinamičke veličine. ⇒ Unutrašnja energija. ⇒ Prvi zakon termodinamike. ⇒ Toplotni kapacitet. ⇒ Specifična toplota. ⇒ Kružni termodinamički proces. ⇒ Toplotni uređaji.
2.4. Termičke osobine supstancije (11% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Jednačina stanja idealnog gasa. ⇒ Zakoni idealnog gasa. ⇒ Termičko širenje supstancije. ⇒ Promjena faze supstancije.
2.5. Električno polje (20% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Električno naelektrisanje. ⇒ Električna sila (Kulonov zakon). ⇒ Električno polje (silnice, jačina). ⇒ Električni napon. ⇒ Električna potencijalna energija i električni potencijal. ⇒ Kapacitet kondenzatora. ⇒ Kretanje naelektrisane čestice u električnom polju.
2.6. Električna struja (20% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Jačina električne struje. ⇒ Omov zakon za dio kola. ⇒ Omov zakon za cijelo kolo. ⇒ Prvo Kirhofovo pravilo. ⇒ Drugo Kirhofovo pravilo. ⇒ Promjena mjernog opsega. ⇒ Snaga električne struje. ⇒ Džul-Lencov zakon.

III razred	
Tema	Sadržaj
3.1. Magnetno polje (11% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Silnice magnetnog polja. ⇒ Djelovanje magnetnog polja na naelektrisanu česticu. ⇒ Djelovanje magnetnog polja na strujni provodnik. ⇒ Vektor magnetne indukcije.
3.2. Elektromagnetna indukcija (11% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Fluks magnetnog polja. ⇒ Indukcija pri pomjeranju provodnika u magnetnom polju. ⇒ Faradejev zakon indukcije. ⇒ Samoindukcija.
3.3. Oscilacije i talasi (23% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Harmonijske oscilacije. ⇒ Klatna (matematičko i opružno). ⇒ Prigušene oscilacije. ⇒ Prinudne oscilacije. Rezonancija. ⇒ Naizmjenična struja. ⇒ Transformator. ⇒ Mehanički talas. ⇒ Elektromagnetni talas.
3.4. Zvuk. Akustika (6% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Zvuk kao primjer longitudinalnog talasa. ⇒ Prostiranje zvuka. ⇒ Doplerov efekat.
3.5. Geometrijska optika (11% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Brzina svjetlosti u supstanciji. ⇒ Odbijanje i prelamanje svjetlosti. ⇒ Ogledala. ⇒ Sočiva.
3.6. Atom (20% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Struktura atoma. ⇒ Raderfordov ogled. ⇒ Fotonska priroda svjetlosti. ⇒ Borov model atoma. ⇒ Spektar atoma vodonika. ⇒ Vrste spektara. ⇒ Kvantna priroda mikročestica. ⇒ Rendgenski zraci.
3.7. Jezgro atoma (17% godišnjeg broja časova)	<ul style="list-style-type: none"> ⇒ Jezgro atoma. ⇒ Izotopi. ⇒ Ajnštajnova formula za energiju i masu. ⇒ Radioaktivnost. ⇒ Vrste raspada. ⇒ Nuklearne reakcije. ⇒ Detekcija i zaštita od zračenja. ⇒ Korišćenje radioaktivnih izotopa.

DODATAK 3 - PRIMJERI**Rješenje primjera 1.6.1.**

Izaberemo koordinatnu osu u vertikalnom pravcu i neka je koordinatni početak u početnom položaju kamena. Zavisnost koordinate $y(t)$ kamena od vremena tada ima oblik:

$$y(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2.$$

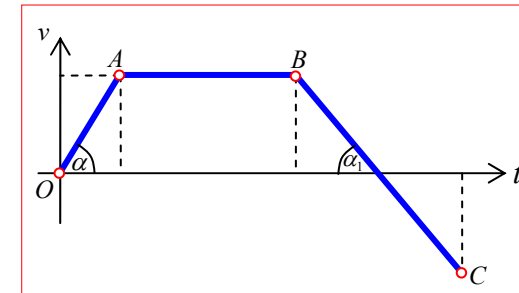
Pošto se prema uslovima zadatka kamen nalazi na istoj visini u trenucima t_1 i t_2 , onda je $y(t_1) = y(t_2)$.

Odatle je:

$$v_0 = \frac{1}{2} g (t_1 + t_2).$$

Primjer 1.6.3.

Grafik zavisnosti brzine automobila od vremena prikazan je na slici.



Slika 1

Nacrtati grafike zavisnosti ubrzanja, koordinate i puta koji automobil prelazi od vremena. Uzeti da je automobil krenuo iz koordinatnog početka.

Rješenje primjera 1.6.3.

Iz navedene slike se vidi da je korisno kretanje automobila podijeliti na četiri etape:

$$(O-t_1), (t_1-t_2), (t_2-t_3) \text{ i } (t_3-t_4).$$

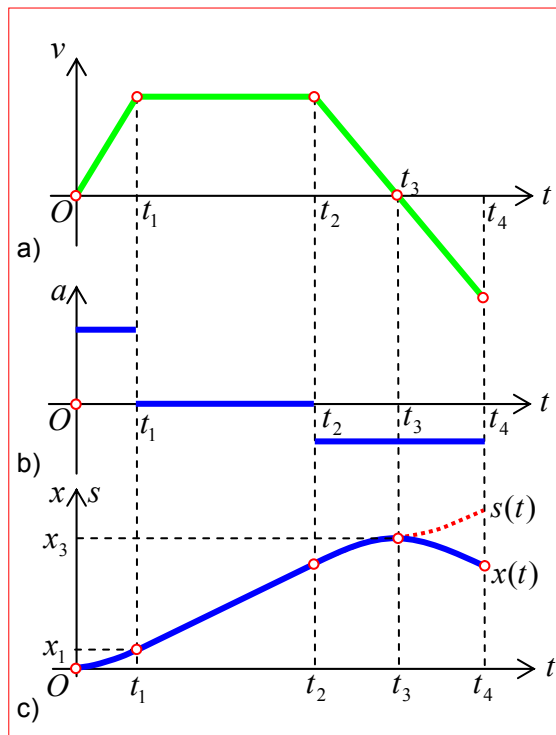
Na prvoj etapi ($O-t_1$) automobil se kreće ravnomjerno ubrzano ubrzanjem a , koje je brojno jednako tangensu ugla

nagiba prave OA : $a = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = tg \alpha$ i konstantno je.

Zbog toga grafik zavisnosti ubrzanja od vremena na ovoj etapi predstavlja prava paralelna vremenskoj osi (sl.2b).

Na etapi $(t_1 - t_2)$ priraštaj brzine je $\Delta v = 0$, pa je i ubrzanje jednako nuli, tj. kretanje je ravnomjerno.

Na etapama $(t_2 - t_4)$ promjena brzine je $\Delta v < 0$, tangens ugla nagiba dijela BC je negativan i automobil se kreće konstantnim po intenzitetu ubrzanjem a_2 . Pošto je $|\operatorname{tg}\alpha| > |\operatorname{tg}\alpha_1|$, onda je i $a_1 > a_2$.



Slika 2

Nacrtajmo sada grafik zavisnosti koordinate od vremena. Na prvoj etapi formula za koordinatu ima oblik:

$$x(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2,$$

jer je $v_0 = 0$.

Ovo je jednačina parabole. Na etapi $(t_1 - t_2)$ automobil se kreće ravnomjerno ubrzano i koordinata mu se mijenja po zakonu:

$$x(t) = x_1 + v_1 t$$

što je nagnuta prava linija koja počinje od trenutka t_1 . U tom trenutku je koordinata $x(t_1) = x_1$, a tangens ugla nagiba ove prave brojno je jednak brzini v_1 . Treba primijetiti da u trenutku t_1 parabola prve etape i nagnuta prava imaju zajedničku tangentu, tako da brzina u toj tački ima jednu vrijednost.

Na trećoj etapi $(t_2 - t_3)$ automobil se kreće ravnomjerno usporeno. Tada mu se koordinata mijenja po zakonu:

$$x(t) = x_2 + v_1 t - \frac{1}{2} a_2 t^2,$$

gdje je x_2 početna koordinata na toj etapi, a v_1 brzina u trenutku t_2 , tj. početna brzina na etapi $(t_2 - t_3)$. Ovo je, kao i na prvoj etapi, jednačina parabole, ali – parabole koja je suprotno okrenuta.

U trenutku t_2 parabola i nagnuta prava imaju zajedničku tangentu. Drugim riječima, prava na drugoj etapi je tangenta parabole na prvoj etapi u trenutku t_1 i tangenta parabole na trećoj etapi u trenutku t_2 .

Sa slike 1 vidi se da je u trenutku t_3 brzina automobila jednaka nuli. Ta činjenica se preslikava na sliku 2 - c) tako što je tangenta na grafik funkcije $x(t)$ u trenutku t_3 paralelna osi vremena Ot . To znači da je tangens ugla nagiba tangente, koji je brojno jednak brzini, u tom trenutku jednak nuli.

Na etapi $(t_3 - t_4)$ brzina je negativna, tj. automobil se kreće u smjeru suprotnom smjeru ose Ox , iako se ubrzanje od trenutka t_2 nije promijenilo ni po intenzitetu, ni po smjeru. Koordinata automobila na ovoj etapi mijenja se po zakonu:

$$x(t) = x_3 - \frac{1}{2} a_2 t^2,$$

gdje je x_3 početna koordinata na etapi $(t_3 - t_4)$.

Ovo je jednačina parabole.

Kriva zavisnosti puta od vremena $s(t)$ u intervalu $(O - t_3)$ poklapa se sa grafikom zavisnosti koordinate od vremena $x(t)$, jer se automobil kreće pravolinijski i bez promjene smjera. Na etapi $(t_3 - t_4)$ krive se razlikuju, jer je put na toj etapi određen formulom:

$$s(t) = \frac{1}{2} |a_2| t^2.$$

Osim toga, poznato je da put, za razliku od koordinate, ne može biti opadajuća funkcija vremena.

Na slici 2 - c), kriva zavisnosti puta od vremena $s(t)$ prikazana je tačkastom linijom na etapi $(t_3 - t_4)$.

Predmetni program **MATEMATIČKE FUNKCIJE U FIZICI, obavezni izborni predmet** za opštu gimnaziju izradila je Komisija u sljedećem sastavu:

prof. dr **Žarko Kovačević**, predsjednik

Radovan Ognjanović, član

Tatijana Čarapić, član