



CRNA GORA
ZAVOD ZA ŠKOLSTVO

MATEMATIČKA GIMNAZIJA

Predmetni program
ANALIZA SA ALGEBROM
I, II, III i IV razred

Podgorica, 2020.

SADRŽAJ

A. NAZIV PREDMETA.....	3
ANALIZA SA ALGEBROM	3
B. ODREĐENJA PREDMETA.....	3
C. CILJEVI PREDMETA.....	4
D. OBRAZOVNO-VASPITNI ISHODI PREDMETA.....	5
I razred.....	5
II razred.....	11
III razred.....	16
IV razred	20
E. DIDAKTIČKE PREPORUKE ZA REALIZACIJU PREDMETA	23
F. PRILAGOĐAVANJE PROGRAMA DJECI SA POSEBNIM OBRAZOVNIM POTREBAMA I NADARENIM UČENICIMA.....	23
G. VREDNOVANJE OBRAZOVNO-VASPITNIH ISHODA	24
H. USLOVI ZA REALIZACIJU PREDMETA	26

A. NAZIV PREDMETA

ANALIZA SA ALGEBROM

B. ODREĐENJA PREDMETA

Analiza i algebra su osnovne matematičke discipline. Njihovi korijeni sežu daleko u prošlost, dok su savremeni oblik dobile početkom 20. vijeka. Njihova primjena je široka u drugim naukama i u proučavanju realnih procesa i pojava.

Analiza i algebra kao osnovni dio matematike svoje rezultate daje svim naukama, kako prirodnim, tako informacionim tehnologijama, ali i humanističko-društvenim (lingvistika, ekonomija). Analiza i algebra imaju opštecivilizacijski karakter i bez njih se ne može zamisliti napredak u bilo kojoj društvenoj disciplini.

Analiza sa algebrom se izučava u sva četiri razreda MATEMATIČKE GIMNAZIJE sa po 4 časa sedmično, polaže se na maturalnom ispitu kao obavezan predmet.

Napomena: Međupredmetne oblasti teme obavezne su u svim nastavnim predmetima i nastavnici¹ su obavezni da ih ostvaruju. Međupredmetne oblasti teme su sadržaji koji omogućavaju da se u opšteobrazovni kurikulum uključe određeni ciljevi i sadržaji obrazovanja koji nijesu dio formalnih disciplina ili pojedinih predmeta ili koji su po strukturi interdisciplinarni. Ti sadržaji doprinose integrativnome pristupu opšteg obrazovanja i u većoj mjeri povezuju sadržaje pojedinih predmeta.

Tabela

Razred	Sedmični broj časova	Ukupni broj časova	Obavezni dio (80–85%)	Otvoreni dio (15 do 20%)
I	4	144	115	29
II	4	144	115	29
III	4	144	115	29
IV	4	132	108	24

U tabeli je dat grafički prikaz broja časova po razredima za sva četiri razreda. Važno je napomenuti da je nastavni program fleksibilan i otvoren 15% do 20%, tako da nastavnik zajedno sa učenicima² može da planira određene teme koje su učenicima posebno zanimljive, da rade određena istraživanja i rješavaju praktične probleme koji zahtijevaju više vremena i traže dodatni angažman, posebno učenika.

^{1,2}Svi izrazi koji se u ovom materijalu koriste u muškom rodu obuhvataju iste izraze u ženskom rodu.

Matematika ima svoju estetiku koja se može približiti učenicima. Njegovanje osjećaja za matematički lijepo treba da bude stalna briga nastavnika.

C. CILJEVI PREDMETA

Opšti ciljevi:

- da se kod učenika razvije i njeguje matematička pismenost;
- da se učenik osposobi da koristi matematičku literaturu;
- da se kod učenika podstiču i razvijaju sistematičnost, upornost, konciznost, kreativnost, logičnost u ispisivanju i usmenom tumačenju rješenja zadatka, sposobnost apstraktnog razmišljanja. Od velikog je značaja da se učenik osposobi da pažljivo pročita zadatak, razumije uslove i shvati što se od njega traži. Poželjno je dobrim izborom zadataka dovoditi učenike u situaciju da iskažu svoju kreativnost. Insistiranjem na analizi postavke i rješenja učenik se stavlja u ulogu istraživača. Daje mu/joj se mogućnost da se kritički osvrne na rješenje, da kaže svoje mišljenje o tome što će se desiti s rezultatom ako se promijene ulazni podaci, daje sloboda da i sam napravi neku varijaciju na analizirani zadatak.
- da učenik rješavanje matematičkih zadataka prihvata kao intelektualni izazov.

Znanja:

- da učenik upozna osnovne pojmove analize i algebre: *skup, operacija, relacija, funkcija* i upozna standardnu notaciju za navedene pojmove;
- da učenik usvoji matematička tvrđenja koja će biti navedena u programu;
- da se učenik osposobi da sakupi podatke iz okruženja i prikaže ih numerički, grafički, tabelarno ili na neki drugi način. Takođe, da se osposobi da podatke koji su prikazani na neki od pomenutih načina, sam pročita i protumači;
- da se izborom primjera iz učenikova okruženja matematika interpretira kao životna disciplina koja pomaže da riješimo neke konkretne zadatke. Navođenjem primjera iz fizike, hemije, biologije, geografije razvija se svijest o prisustvu matematike u prirodnim naukama;
- da se razvija svijest o univerzalnosti matematičkog jezika koji služi kao sredstvo komunikacije;
- da se kod učenika razvije i njeguje matematička pismenost;
- da se učenik osposobi da koristi matematičku literaturu;
- da se kod učenika podstiču i razvijaju sistematičnost, upornost, konciznost, kreativnost, logičnost u ispisivanju i usmenom tumačenju rješenja zadatka, sposobnost apstraktnoga razmišljanja. Od velikog je značaja da se učenik osposobi da pažljivo pročita zadatak, razumije uslove i shvati što se od njega/nje traži. Poželjno je dobrim izborom zadataka dovoditi učenike u situaciju da iskažu svoju kreativnost. Insistiranjem na analizi postavke i rješenja učenik se stavlja u ulogu istraživača. Daje mu/joj se mogućnost da se kritički osvrne na rješenje, da kaže svoje mišljenje o tome šta će se desiti s rezultatom ako se promijene ulazni podaci, daje sloboda da i sam napravi neku varijaciju na analizirani zadatak;
- da osposobi učenike za nastavljavanje matematičkog obrazovanja, kao i za izučavanje onih nauka i njihovih primjena u kojima se analiza i algebra koriste;
- da pomogne učeniku da korišćenjem matematičkih znanja razumije neke pojave u životnom okruženju;
- da pruži učeniku matematička znanja neophodna za nastavak školovanja.

Vještine:

- razvijanje matematičkog mišljenja, rasuđivanja i zaključivanja, kao i razvoj matematičke intuicije;
- sagledavanje funkcionalnih veza u prirodi i društvu;
- primjena matematičkih znanja kao instrumenta za proučavanje sadržaja i metoda drugih nauka;
- da osposobi učenike za nastavljanje matematičkog obrazovanja, kao i za izučavanje onih nauka i njihovih primjena u kojima se analiza i algebra koriste;
- da pomogne učeniku da korišćenjem matematičkih znanja razumije neke pojave u životnome okruženju;
- da pruži učeniku matematička znanja neophodna za nastavak školovanja;
- uspješno primjenjivanje istraživačkih metoda matematike u različitim situacijama;
- adekvatno korišćenje literature i drugih izvora saznanja,

Stavovi, vrijednosti:

- analiza i algebra kao osnovni dio matematičkih znanja ima svoju estetiku koja se može približiti učenicima. Njegovanje osjećaja za matematički lijepo treba da bude stalna briga nastavnika;
- da učenici uvide uticaj matematike na ukupni razvoj ličnosti, intelektualni i vaspitni;
- da razvije kod učenika osjećaj za preciznost, tačnost, odgovornost, saradnju sa drugima i timski rad;
- razvijanje želje za istraživanjem i otkrivanjem novih znanja.

D. OBRAZOVNO-VASPITNI ISHODI PREDMETA

I razred

Obrazovno-vaspitni ishod 1

ELEMENTI MATEMATIČKE LOGIKE I TEORIJA SKUPOVA SKUPOVI

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni osnovne pojmove iskaznog računa i teorije skupova.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- razlikuje pojam iskaza od rečenica koje nijesu iskazi;
- primijeni iskaze simbolima i određuje njihovu istinitosnu vrijednost;
- definiše logičke operacije: konjukciju, disjunkciju, negaciju, implikaciju i ekvivalenciju i formira istinitosne tablice tih operacija;
- od zadatih iskaza formira nove iskaze i odredi njihove istinitosne vrijednosti;
- riješi elementarne praktične zadatke i zadatke iz aritmetike, algebra i geometrije primjenom logičkih operacija;
- usvoji pojam *tautologije* i provjerava da li je iskazna formula tautologija;
- primijenjuje univerzalni i egzistencijalni kvantifikator u formiranju iskaza;
- opiše skup i podskup datog skupa kao cjelinu različitih objekata, pri čemu koristi odgovarajuće oznake;
- definiše jednakost skupova;

- grafički prikaže skupove i odnose među njima pomoću Veneovih dijagrama;
- objasni operacije sa skupovima: partitivni skup datog skupa, komplement, uniju, presjek, razliku skupova i simetričnu razliku skupova;
- dokaže svojstva skupovnih operacija primjenjujući jednakost skupova;
- usvoji pojam Dekartovog proizvoda;
- riješi problemske zadatke primjenom osobina skupovima;
- objasni pojam binarne relacije;
- dokaže da je neka relacija ekvivalencije ili relacija poretka;
- definiše pojam preslikavanja;
- definiše pojam inverznog preslikavanja i kompoziciju preslikavanja "1-1" i "na";
- nabroji principe prebrojavanja konačnih skupova (elementi kombinatorike).

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: iskaz, istinitosna vrijednost iskaza; osnovne logičke operacije; iskazne formule; tautologije; kvantifikatori; skup, zadavanje skupa; operacije sa skupovima; podskup, partitivni skup; Dekartov proizvod, binarna relacija, funkcije, svojstva "1-1" i "na"; inverzna funkcija; osnovni principi prebrojavanja konačnih skupova.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- analiziraju definicije logičkih operacija i primjenjuju ih na konkretnim zadacima;
- primjenjuju važnije zakone zaključivanja, uočavaju i analiziraju veze između logičkih i skupovnih operacija;
- rješavaju elementarne praktične zadatke primjenom logičkih operacija;
- koriste kvantifikatore;
- određuju elemente skupa zadatog na različite načine;
- određuju uniju, presjek, razliku, simetričnu razliku zadatih skupova;
- u jednostavnijim primjerima određuju partitivni skup datog skupa;
- primjenjuju Dekartov proizvod datih skupova;
- određuju komplement skupa;
- rješavaju problemske zadatke primjenom skupovnih operacija;
- ispituju svojstva binarnih relacija i zaključuju da li to relacija ekvivalencije ili ne, isto za relaciju poretka;
- dokazuju da je neko preslikavanje "1-1" i "na" ;
- rješavaju jednostavnije zadatke iz kombinatorike (pravilo zbira i pravilo proizvoda).

c) Broj časova realizacije (okvirno): 18 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 2

SKUPOVI BROJEVA

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni svojstva različitih skupova brojeva.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni svojstva skupa prirodnih brojeva;
- definiše princip matematičke indukcije;
- objasni proširivanje skupa prirodnih brojeva na skup cijelih brojeva;
- definiše skup cijelih brojeva;
- navede osobine skupa cijelih brojeva;
- primijeni osnovne računске operacije u skupu cijelih brojeva;
- primijeni pravila djeljivosti cijelih brojeva i osnovna svojstva prostih brojeva
- odredi NZD i NZS
- primijeni Euklidov algoritam
- objasni proširivanje skupa cijelih brojeva na skup racionalnih brojeva;
- proširi, skрати i uporedi razlomke;
- primijeni osnovne računске operacije na skupu racionalnih brojeva;
- objasni pojam iracionalnog broja i dokazuje iracionalnost nekih brojeva,
- zapiše razlomak kao decimalni broj i decimalni broj kao razlomak;
- zapiše proizvoljni razlomak kao periodični decimalani broj;
- zapiše periodični decimalni broj kao razlomak;
- navede decimalni broj sa beskonačnim neperiodičnim decimalnim dijelom;
- objasni proširivanje skupa racionalnih brojeva na skup realnih brojeva;
- definiše pojam supremuma i infimuma skupa i navede aksiome polja realnih brojeva;
- usvoji pojam apsolutne vrijednosti realnog broja i računa sa apsolutnom vrijednošću realnog broja.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: skup prirodnih brojeva, uređenost skupa prirodnih brojeva, osnovne računске operacije sa prirodnim brojevima i svojstva tih operacija; skup cijelih brojeva, uređenost skupa cijelih brojeva, osnovne računске operacije sa cijelim brojevima i svojstva tih operacija; pravila djeljivosti, prost broj, NZD i NZS; racionalni brojevi, razlomci, proširivanje i skraćivanje razlomaka, decimalni brojevi; zapisivanje razlomka kao decimalnog broja, zapisivanje decimalnog broja kao razlomka; upoređivanje racionalnih brojeva, osnovne računске operacije sa racionalnim brojevima i svojstva tih operacija; skup iracionalnih brojeva; Aksiome skupa realnih brojeva; skup realnih brojeva, osnovne računске operacije sa realnim brojevima i svojstva tih operacija; realna prava, segment, interval i poluinterval; apsolutna vrijednost realnog broja;

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- slušaju, pamte, ponavljaju i analiziraju svojstva operacija u skupovima N , Z , Q i R ;
- objašnjavaju razliku između racionalnog i iracionalnog broja koristeći decimalni zapis;
- formulišu aksiome polja realnih brojeva;

- pronalaze primjere u kojima se koriste približne vrijednosti realnog broja, apsolutna i relativnu grešku;
- rješavaju problemske zadatke primjenom svojstava skupova brojeva.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 20 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 3

RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI

Na kraju učenja učenik će moći da računa sa racionalnim algebarskim izrazima

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni pojam polinoma;
- razlikuje monom, binom, trinom i polinom;
- primijeni formule za stepen zbira i razlike binoma, zbira i razlike stepena;
- primijeni operacije sa polinomima: sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje;
- formuliše i primijeni Bezuov stav;
- rastavlja polinome na proste činioce;
- odredi NZS i NZD za polinome;
- primijeni Euklidov algoritam;
- odredi oblast definisanosti racionalnog algebarskog izraza;
- izvodi operacije s racionalnim algebarskim izrazima.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: cijeli i racionalni algebarski izrazi; polinomi; osnovne formule za kvadrat i kub binoma, razlika kvadrata, zbir i razlika kubova; jednakost polinoma i operacije sa polinomima; Bezuov stav; rastavljanje polinoma na proste činioce (izdvajanje zajedničkog činioca, grupisanje, primjena formula za skraćeno množenje i Bezuov stav); NZS i NZD za polinome; racionalni algebarski izrazi i operacije sa njima; oblast definisanosti racionalnih algebarskih izraza.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- obnavljaju pojam stepena čiji je izložilac cio broj;
- uvježbavaju operacije sa polinomima;
- sumiraju znanja stečena o rastavljanju polinoma na proste činioce i primjenjuju ih pri rješavanju složenijih zadataka;
- određuju i analiziraju oblast definisanosti racionalnog algebarskog izraza.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 30 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 4

LINEARNE JEDNAČINE, NEJEDNAČINE I FUNKCIJE

Na kraju učenja učenik će moći da rješava linearne jednačine i nejednačine, crta grafike lineranih funkcija i utvrđuje njihova svojstva.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- riješi linearnu jednačinu;
- diskutuje rješenja linearne jednačine;
- riješi problemske zadatke koji se svode na linearnu jednačinu;
- riješi linearnu jednačinu sa apsolutnim vrijednostima koristeći geometrijsku interpretaciju;
- riješi lineranu nejednačinu;
- diskutuje rješenja linearne nejednačine,
- navede neke oblike zadavanja linearne funkcije (eksplicitni, implicitni);
- utvrdi osobine linearne funkcije i nacрта njen grafik;
- nacрта grafik funkcije sa apsolutnom vrijednošću;
- riješi sistem linearnih jednačina sa dvije i tri nepoznate (Gausova metoda i metoda determinanti);
- grafički riješi sistem linearnih nejednačina;
- objasni elemente linearnog programiranja i riješi jednostavne primjere

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: linearne jednačine; linerane nejednačine; sistem linarnih jednačina; linearna funkcija, grafik i osobine linearne funkcije; sistem lineranih nejednačina; osnovni elementi linearnog programiranja.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- rješavaju linerane jednačine i diskutuju rješenja jednačine;
- rješavaju linerne nejednačine;
- rješavaju sisteme linearnih jednačina;
- diskutuju rješenja sistema linearnih jednačina;
- ispituju osobine linearne funkcije i crtaju njen grafik;
- rješavaju sistem linearnih nejednačina;
- određuju grafički rješenje linearne nejednačine;
- rješavaju sistem linearnih nejednačina

c) Broj časova realizacije (okvirno): 30 časova.

Obrazovno-vaspiti ishod 5

STEPENOVANJE I KORJENOVANJE

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni računске operacije sa cijelim i racionalnim stepenima.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni stepen čiji je izložilac cio broj;

- primijeni operacije sa stepenima čiji je izložilac cio broj;
- definiše korijen;
- objasni šta je stepen sa racionalnim eksponentom;
- prevede korijen u stepen sa racionalnim eksponentom i obrnuto;
- navede svojstva operacija stepenovanja i korjenovanja;
- racionališe zadati razlomak;
- računa sa stepenima i korijenima;
- crta grafike stepenih i korijenih funkcija;
- primijeni znanja o stepenovanju i korjenovanju u rješavanju praktičnih zadataka.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: korijen $\sqrt[m]{a^n}$, $m, n \in \mathbb{N}$; stepen $a^{\frac{m}{n}}$, $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$; racionalisanje; grafici stepenih i korijenih funkcija.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- uvježbavaju računanje sa stepenima i korijenima;
- racionališu izraze;
- crtaju grafike stepenih i korijenih funkcija;
- rješavaju praktične zadatke primjenom stepenovanja i korjenovanja.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 24 časa.

II razred

Obrazovno-vaspitni ishod 1

KOMPLEKSNI BROJEVI

Na kraju učenja učenik će moći da razumije pojam kompleksnog broja i izvodi osnovne operacije u polju kompleksnih brojeva.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni potrebu proširenja skupa realnih brojeva;
- definiše pojam imaginarne jedinice i kompleksnog broja;
- odredi stepen imaginarne jedinice;
- geometrijski predstavi kompleksan broj;
- odredi konjugovano kompleksan broj i apsolutnu vrijednost kompleksnog broja;
- sabira, množi i dijeli kompleksne brojeve;
- primijeni geometrijsku interpretaciju kompleksnog broja i njihovih apsolutnih vrijednosti.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: kompleksan broj i njegov algebarski oblik; operacije sa kompleksnim brojevima; imaginarna jedinica i njen stepen; konjugovano kompleksni broj; apsolutna vrijednost kompleksnog broja; geometrijska interpretacija kompleksnog broja.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- ponavljaju stečena znanja o N , Z , Q , R ;
- ukazuju na razloge proširenja skupa realnih brojeva;
- rade operacije sabiranja, oduzimanja, množenja i dijeljenja kompleksnih brojeva;
- određuju konjugovano kompleksan broj i daju geometrijsku interpretaciju;
- primjenjuju svojstva kompleksnih brojeva i njihove apsolutne vrijednosti kroz rješavanje različitih zadataka.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 10 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 2

KVADRATNE JEDNAČINE, KVADRATNE NEJEDNAČINE I KVADRATNE FUNKCIJE

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni znanja o kvadratnim jednačinama, kvadratnim nejednačinama i kvadratnim funkcijama.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- riješi kvadratnu jednačinu sa realnim koeficijentima;
- diskutuje prirodu rješenja kvadratne jednačine;
- koristi Vijetove formule na različitim zadacima;
- modelira realne probleme i rješava ih primjenom kvadratne jednačine;
- riješi sistem jedne linearne i jedne kvadratne jednačine;
- riješi bikvadratne jednačine i ostale jednačine koje se svode na kvadratne;
- objasni pojam kvadratne funkcije i njene osobine;
- crta grafik kvadratne funkcije i analizira njena osnovna svojstva;

- analizira grafik kvadratne funkcije i napiše analitički oblik funkcije na osnovu elemenata sa grafika;
- povezuje kvadratnu funkciju sa njom inverznom, crta grafike obje funkcije i upoređuje njihove osobine;
- riješi kvadratnu nejednačinu analitički i grafički;
- primijeni znanja o kvadratnim jednačinama, nejednačinama i funkcijama na konkretnim situacijama iz prakse i drugih nauka.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: kvadratna jednačina s jednom nepoznatom; nepotpuna kvadratna jednačina; potpuna kvadratna jednačina; diskriminanta i priroda rješenja kvadratne jednačine; Vietove formule, rastavljanje kvadratnog trinoma na linearne činioce i primjena; jednačine koje se svode na kvadratnu; sistem od jedne kvadratne i jedne linearne jednačine; sistem od dvije kvadratne jednačine; kvadratna funkcija i njene osobine; kvadratne nejednačine; iracionalne jednačine.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- povezuju ranije stečena znanja o polinomima (rastavljanje polinoma na proste činioce) s kvadratnim jednačinama;
- analiziraju jednostavnije primjere nepotpunih kvadratnih jednačina;
- primjenjuju formulu za rješavanje potpune kvadratne jednačine;
- analiziraju prirodu rješenja kvadratne jednačine koristeći diskriminantu;
- rješavaju problemske zadatke;
- analiziraju osobine kvadratnih funkcija i primjenjuju ih;
- na osnovu zadatih podataka određuju kvadratnu funkciju;
- primjenjuju grafik i osobine kvadratne funkcije pri rješavanju kvadratnih nejednačina;
- pronalaze primjere kvadratnih funkcija u fizici;
- kvadratnom funkcijom modeliraju problemsku situaciju i utvrđuju moguća rješenja.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 26 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 3

Na kraju učenja učenik će moći da riješi neke eksponencijalne i logaritamske jednačine i crta grafike osnovnih eksponencijalnih i logaritamskih funkcija i utvrdi njihova svojstva.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- prepozna i nacrtala grafik elementarne eksponencijalne funkcije i opiše njena svojstva;
- riješi osnovne eksponencijalne jednačine i nejednačine;
- definiše pojam logaritma i objasni njegove osobine;
- primijeni pravila logaritmovanja;
- crta grafik logaritamske funkcije i opiše njena svojstva;
- uporedi grafike eksponencijalne i logaritamske funkcije, uoči da su funkcije međusobno inverzne, uporedi njihove osobine;
- riješi osnovne logaritamske jednačine i nejednačine;
- primijeni eksponencijalnu i logaritamsku funkciju na različite realne situacije i probleme.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) **Sadržaji/pojmovi:** eksponencijalna funkcija,

$$y = a^x, a > 1,$$

$$y = a^x, 0 < a < 1.$$

Osobine i grafik eksponencijalne funkcije; eksponencijalna jednačina; pojam logaritma i osnovna svojstva; broj e i prirodni logaritam; osnovna pravila logaritmovanja, logaritamske jednačine.

logaritamska funkcija, osobine i grafik logaritamske funkcije;

$$y = \log_a x, a > 1,$$

$$y = \log_a x, 0 < a < 1$$

b) **Aktivnosti učenja**

Učenici:

- obnavljaju stečena znanja o svojstvima stepena;
- koriste svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcije pri rješavanju logaritamskih i eksponencijalnih jednačina i nejednačina,
- računaju logaritme i stepene;
- uočavaju široku primjenu eksponencijalne i logaritamske f-je u ekonomiji, fizici i drugim naukama, uočavaju pojave koje se modeliraju pomenutim funkcijama.

c) **Broj časova realizacije (okvirno): 28 časova.**

Obrazovno-vaspiti ishod 4

Na kraju učenja učenik će moći da definiše trigonometrijske funkcije, navede osnovne formule o trigonometrijskim funkcijama i primijeni ih na različitim zadacima.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- definiše elementarne trigonometrijske funkcije u pravouglom trouglu;
- uoči komplementne uglove i njihove trigonometrijske vrijednosti;
- računa vrijednosti trigonometrijskih funkcija oštarih uglova;
- primijeni osnovne trigonometrijske identitete;
- koristi vezu između stepena i radijana;
- koristi trigonometrijsku kružnicu;
- definiše trigonometrijske funkcije na trigonometrijskoj kružnici;
- računa vrijednosti trigonometrijskih funkcija svođenjem na oštar ugao;
- navede, dokaže i koristi adicione formule;
- primijeni adicione formule za računanje trigonometrijskih funkcija dvostrukog ugla i polovine ugla;
- primijeni sinusnu i kosinusnu teoremu.

Obrazovno-vaspiti ishod 5

Na kraju učenja učenik će moći primijeni princip matematičke indukcije.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja;
- objasni princip matematičke indukcije;
- riješi elementarne zadatke u kojima se koristi metod matematičke indukcije;
- primijeni princip matematičke indukcije u složenijim zadacima;
- objasni Njutnovu binomnu formulu i primijeni je u konkretnim primjerima;
- objasni definiciju i osnovna svojstva aritmetičkih i geometrijskih nizova;
- izvede formulu za n-ti član aritmetičke i geometrijske progresije i računa njihove sume.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: princip matematičke indukcije; metod matematičke indukcije; Njutnova binomna formula; aritmetička progresija, zbir prvih n članova aritmetičke progresije; geometrijska progresija, zbir prvih n članova geometrijske progresije.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- rješavaju jednostavne zadatke u kojima se primjenjuje metod matematičke indukcije;
- prepoznaju situacije u kojima se metod može primijeniti;
- nalaze primjere iz okruženja u kojima se pojavljuju aritmetičke i geometrijske progresije;
- koriste formule za opšti član i sumu aritmetičkoga i geometrijskoga niza pri rješavanju zadataka.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 14 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 6

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni osnovna pravila prebrojavanja.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni problem prebrojavanja konačnog skupa;
- primijeni osnovna pravila prebrojavanja: pravilo bijekcije, zbira, proizvoda;
- objasni pojmove: varijacije, permutacije, kombinacije skupa bez ponavljanja;
- objasni odnos između varijacija, permutacija, kombinacija i načine njihovog izračunavanja;
- objasni varijacije, permutacije i kombinacije sa ponavljanjem i računa njihov broj;
- objasni pojam i svojstva binomnih koeficijenta;
- napiše Njutnov binomni obrazac;
- napiše opšti član binomnog razvoja;
- primjenjuje binomni obrazac u različitim zadacima.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: osnovna pravila prebrojavanja; permutacije, varijacije, kombinacije, sa i bez ponavljanja; Njutnov binomni obrazac.

b) Aktivnosti učenja:

Učenici:

- nalaze primjere iz okruženja u kojima se primjenjuju osnovni postupci prebrojavanja;
- primjenjuju formule za računanje permutacija, varijacija i kombinacija sa i bez ponavljanja;
- razvijaju polinome koristeći binomnu formulu, uočavaju simetričnost koeficijenata.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 20 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 7

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni osnovna svojstva i teoreme skupova brojeva.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- navede skup prirodnih i cijelih brojeva;
- objasni aksiome skupa prirodnih i konstrukciju skupa cijelih brojeva;
- formuliše Arhimedovu aksiomu;
- formuliše osnovna svojstva djeljivosti u skupu prirodnih brojeva;
- objasni definiciju prostih i uzajamno prostih brojeva, formuliše osnovnu teoremu aritmetike;
- definiše relaciju kongruencije u skupu cijelih brojeva i objasni njene osobine;
- objasni skup racionalnih brojeva i analizira zadatke koji dovode do uvođenja pojma iracionalnog broja;
- navede aksiome polja realnih brojeva;
- definiše pojam grupe, Abelove grupe, prstena i polja;
- dokaže i primijeni Fermaovu i Vilsonovu teoremu;
- riješi linearne Diofantove jednačine.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: prirodni i cijeli brojevi; racionalni i iracionalni brojevi; aksiome polja realnih brojeva; osnovna svojstva djeljivosti brojeva; kongruencije,

b) Aktivnosti učenja:

Učenici:

- usvajaju pojmove o skupovima brojeva, odnosima medju njima, proširivanju skupova brojeva, osnovnim svojstvima skupova brojeva, osnovnim operacijama u skupovima brojeva;
- rješavaju zadatke koristeći svojstva kongruencije u skupu cijelih brojeva.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 30 časova.

III razred

Obrazovno-vaspitni ishod 1

Na kraju učenik moći da primijeni znanja o trigonometrijskim funkcijama, trigonometrijskim jednačinama i nejednačinama.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- crta grafike trigonometrijskih funkcija, $y = A\sin(ax+b) + B$, $y = A\cos(ax+b) + B$, čita osnovne osobine sa grafika;
- riješi trigonometrijske jednačine, $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, i one koje se svode na njih;
- riješi elementarne trigonometrijske nejednačine.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji i pojmovi: grafici trigonometrijskih funkcija; rješenja trigonometrijskih jednačina; trigonometrijska nejednačina i njeno rješenje.

b) Aktivnosti učenika

Učenici:

- crtaju grafike trigonometrijskih funkcija i sa grafika prepoznaju njihova svojstva;
- primjenjuju trigonometrijske formule;
- primjenjuju Heronov obrazac i formule za računanje površine trougla:

$$P = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2}, \quad P = rs, \quad P = \frac{abc}{4R}$$

Broj časova realizacije (okvirno): 14 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 2

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni trigonometrijske zapise kompleksnih brojeva.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- zapiše kompleksne brojeve u trigonometrijskom obliku;
- primijeni geometrijsku interpretaciju zbira, razlike, proizvoda i količnika kompleksnih brojeva;
- računa stepen i korijen kompleksnog broja zapisanog u trigonometrijskom obliku;
- primijeni kompleksne brojeve u rješavanju različitih geometrijskih problema i dokazivanju nekih algebarskih identiteta o trigonometrijskim funkcijama.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: trigonometrijski oblik kompleksnog broja; operacije (sabiranje, oduzimanje, množenje, dijeljenje kompleksnih brojeva zapisanih u trigonometrijskom obliku, geometrijska interpretacija); Moavrova formula; korijen kompleksnog broja; primjena kompleksnih brojeva u geometriji.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- zapisuju kompleksne brojeve u trigonometrijskom obliku kompleksnog broja;
- sabiraju, oduzimaju množe i dijele kompleksne brojeve, geometrijski interpretiraju ove operacije;

- računaju korijene kompleksnih brojeva i geometrijski ih interpretiraju;
- geometrijske zadatke rješavaju primjenom kompleksnih brojeva.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 14 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 3

Na kraju će učenik moći da primijeni osnovne teoreme o polinomima u skupu realnih i kompleksnih brojeva.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- računa sa polinomima;
- sabira, oduzima, množi i dijeli polinome u polju realnih i kompleksnih brojeva;
- formuliše osnovnu teoremu algebre;
- rastavi polinome na proizvod lineranih i kvadratnih činilaca u polju realnih i kompleksnih brojeva;
- izvede i primijeni Vietove formule;
- utvrdi prirodu rješenja nekih klasa polinomijalnih jednačina;
- riješi neke polinomijalne jednačine.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: polinomi čiji su koeficijenti kompleksni brojevi, operacije; osnovni teorem algebre; faktorizacija polinoma sa kompleksnim i realnim koeficijentima; realne i racionalne nule polinoma sa cjelobrojnim koeficijentima.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- sabiraju, oduzimaju, množe, i dijele polinome;
- faktorizuju polinome sa realnim koeficijentima na linerane i kvadratne faktore;
- primjenjuju Vietove formule za utvrđivanje svojstava polinoma;
- rješavaju polinomijalne jednačine;
- rješavaju složenije zadatke o polinomima.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 12 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 4

Na kraju će učenik moći da razumije aksiome polja realnih brojeva.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- opiše osnovna svojstva polja racionalnih brojeva;
- objasni konstrukciju ovog polja;
- dokaže da je ovo polje gusto i da navede primjer skupa racionalnih brojeva koji je ograničen, ali koji u ovom polju nema supremum, i da to dokaže;
- definiše polje realnih brojeva, nabranjem aksioma ovog polja;
- napiše različite ekvivalentne oblike aksiome neprekidnosti polja realnih brojeva.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: polje racionalnih brojeva, gustina i nepotpunost ovog polja; aksioma supremuma polja realnih brojeva; polje realnih brojeva kao kompletno uređeno polje; decimalno predstavljanje realnih brojeva, iracionalni brojevi-primjeri; Dedekindovi presjeci; gustina skupa racionalnih i iracionalnih brojeva u skupu realnih brojeva.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- dokazuju svojstva racionalnih brojeva;
- utvrđuju racionalnost odnosno iracionalnost nekih brojeva;
- zapisuju realne brojeve u decimalnom obliku i uočavaju razliku u zapisima racionalnih i iracionalnih brojeva;
- opisuju realne brojeve kao Dedekindove presjeke;
- rješavaju složenije zadatke o realnim brojevima

c) Broj časova realizacije (okvirno): 20 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 5

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni znanja o graničnoj vrijednosti i konvergentnim nizovima.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- navede definiciju niza, navede primjere, definiše osnovna svojstva nizova, dokaže svojstva konkretnih nizova;
- objasni pojam granične vrijednosti niza;
- definiše i navede primjere konvergentnih nizova i nizova koji nijesu konvergentni;
- formalizuje i dokaže teoreme o graničnoj vrijednosti zbira, razlike, proizvoda i količnika nizova i teoremu o konvergenciji ograničenog i monotonog niza;
- dokaže konvergenciju nizova zadatih rekurentnim relacijama, riješi jednostavne diferencne jednačine;
- objasni definiciju i osnovna svojstva broja e i dokaže ta svojstva.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: definicija niza, osnovni pojmovi o nizovima (ograničenost, monotonost, aritmetičke operacije sa nizovima); aritmetički i geometrijski niz; jednostavne diferencne jednačine; granična vrijednost niza; osnovne teoreme o graničnoj vrijednosti zbira, proizvoda, razlike i količnika nizova; teorema o konvergenciji ograničenog i monotonog niza; definicija broja e , osnovna svojstva; geometrijski red, konvergencija.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- definišu niz i zapisuju ga na različite načine;
- utvrđuju svojstva konkretnih nizova;
- računaju zbir konačnog broja članova aritmetičkog i geometrijskog niza;
- rješavaju jednostavne diferencne jednačine;
- utvrđuju svojstva nizova zadatih rekurentnim relacijama;
- računaju granične vrijednosti nizova zadatih na različite načine;

- primjenjuju teoreme o konvergentnim nizovima.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 30 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 6

Na kraju će učenik moći da crta i analizira grafike funkcija.

Ishodi učenja

Tokom učenja učenik će moći da:

- opiše osnovna svojstva elementarnih funkcija, definiše graničnu vrijednost funkcije i neprekidnost i skicira njihove grafike;
- definiše pojmove: složena funkcija, inverzna funkcija i na primjerima demonstrira značenje ovih pojmova;
- nabroji osnovna svojstva elementarnih funkcija;
- definiše graničnu vrijednost funkcije i na jednostavnim primjerima tu definiciju primijeni;
- formuliše i dokaže teoremu o graničnoj vrijednosti zbira, razlike, proizvoda i količnika funkcije, i teoremu o graničnoj vrijednosti složene funkcije;
- definiše asimptote funkcije, izvede formule i objasni postupak za njihovo određivanje;
- definiše pojam neprekidnosti funkcije u tački i na skupu;
- navede i dokaže osnovna svojstva neprekidnih funkcija;
- klasifikuje prekide funkcija;
- na karakterističnim primjerima ukaže i objasni razliku između prekida prve i druge vrste.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: osnovna svojstva funkcija (definisanost, parnost, monotonost, ograničenost, periodičnost, nule, znak); pregled elementarnih funkcija; složena funkcija, inverzna funkcija; granična vrijednost funkcije, različiti pristupi; granična vrijednost zbira, razlike, proizvoda i količnika funkcija; asimptote grafika funkcije; prekidi prve i druge vrste; osnovna svojstva neprekidnih funkcija.

b) Aktivnosti učenja:

Učenici:

- utvrđuju svojstva elementarnih funkcija i crtaju njihove grafike a zatim konstruišu složene funkcije i crtaju grafike, i utvrđuju njihova svojstva;
- određuju asimptote grafika konkretnih funkcija;
- na konkretnim primjerima utvrđuju da li je data funkcija neprekidna ili ima prekid;
- određuju vrstu prekida date funkcije.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 24 časa.

IV razred

Obrazovno-vaspitni ishod 1

Na kraju učenja učenik će moći da primijeni znanja o izvodu i teoremama o izvodu funkcije.

Ishodi učenja.

Tokom učenja učenik će moći da:

- definiše izvod funkcije i objasni njegovo geometrijsko i mehaničko značenje;
- izvede formule za izvode elementarnih funkcija;
- formuliše i dokaže formule za izvod zbira, razlike, proizvoda, količnika funkcija i formule za izvod složene i inverzne funkcije;
- definiše izvode višeg reda;
- riješi geometrijske i fizičke zadatke korišćenjem izvoda;
- dokaže i primijeni Fermaovu, Rolovu, Lagranžovu i Košijevu teoremu;
- formuliše i primijeni Lpitalovo pravilo o graničnoj vrijednosti;
- formuliše i primijeni Tejlorovu fomulu,
- odredi ekstremne vrijednosti i oblasti rasta i opadanja funkcije.
- određuje oblasti konveksnosti i konkavnosti i prevojne tačke grafika funkcije.
- dokaže nejednakosti koristeći diferencijalni račun,
- ispita i crta grafike funkcija.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) **Sadržaji/pojmovi:** definicija izvoda; geometrijsko i fizičko značenje izvoda; izvodi elementarnih funkcija; izvod zbira, razlike, proizvoda i količnika funkcija; izvod složene i izvod inverzne funkcije, izvod višeg reda; Fermaova, Rolova, Lagranžova i Košijeva teorema; Lpitalovo pravilo; Tejlorova i Maklorenova teorema; monotonost funkcije, ekstremne vrijednosti, konveksnost, konkavnost, prevojne tačke; primjena diferencijalnog računa na dokazivanje nejednakosti; osnovna svojstva i grafik funkcije.

b) **Aktivnosti učenja**

Učenici:

- računaju izvode elementarnih funkcija;
- računaju izvode složenih funkcija;
- rješavaju geometrijske zadatke korišćenjem izvoda;
- dokazuju i primjenjuju Rolovu, Fermaovu, Lagranžovu i Košijevu teoremu;
- računaju granične vrijednosti korišćenjem Lpitalog pravila;
- računaju izvode višeg reda;
- pišu i primjenjuju Tejlorovu i Maklorenovu formulu;
- određuju ekstremne vrijednosti i intervale monotonosti različitih funkcija;
- određuju prevojne tačke i oblasti konveksnosti i konkavnosti funkcija;
- dokazuju nejednakosti koristeći izvode;
- crtaju grafike funkcija.

c) **Broj časova realizacije (okvirno): 40 časova.**

Obrazovno-vaspitni ishod 2***Na kraju učenja moći da računa neodređene integrale.*****Ishodi učenja***Tokom učenja učenik će moći:*

- definiše primitivnu funkciju i neodređeni integral;
- napiše tablicu osnovnih integrala i osnovna svojstva neodređenog integrala;
- računa neodređene integrale metodom zamjene promjenljive i metodom parcijalne integracije;
- računa neodređene integrale racionalnih i iracionalnih funkcija;
- računa neodređene integrale trigonometrijskih funkcija;
- računa neodređene integrale kombinacijom različitih metoda.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: primitivna funkcija; neodređeni integral; osnovne teoreme o neodređenom integralu; integrali nekih elementarnih funkcija; metod zamjene za računanje neodređenih integrala; metod parcijalne integracije za računanje neodređenih integrala; integrali racionalnih funkcija; integracija iracionalnih i trigonometrijskih funkcija.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- računaju neodređene integrale primjenjujući osnovna svojstva neodređenih integrala i tablicu osnovnih integrala;
- računaju neodređene integrale metodom zamjene promjenljive i metodom parcijalne integracije;
- računaju neodređene integrale kombinovanjem različitih metoda;
- računaju integrale racionalnih funkcija;
- računaju integrale nekih iracionalnih i trigonometrijskih funkcija.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 25 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 3***Na kraju učenja učenik će moći da primijeni znanja o određenom integralu i Njutn – Lajbnicovu formulu.*****Ishodi učenja***Tokom učenja učenik će moći da:*

- definiše određeni integral funkcije;
- navede osnovna svojstva određenog integrala;
- dokaže i primijeni Njutn-Lajbnicovu formulu;
- računa određene integrale metodom zamjene promjenljivih i metodom parcijalne integracije;
- računa dužinu luka krive, površinu figure i zapreminu rotacionog tijela.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: površina krivolinijskog trapeza, integralna suma, određeni integral; osnovna svojstva određenog integrala; Njutn-Lajbnicova formula; dužine luka, površina ravne figure i zapremina rotacionog tijela; nesvojstveni integral.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- računaju određene integrale primjenom Njutn-Lajbnicove formule;
- računaju određene integrale metodom zamjene promjenljive i metodom parcijalne integracije;
- računaju dužinu luka krive linije i površinu ravne figure;
- računaju zapremine rotacionih tijela;
- računaju nesvojstvene integrale;
- rješavaju geometrijske zadatke i zadatke iz fizike.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 25 časova.

Obrazovno-vaspitni ishod 4

Na kraju učenja učenik će moći da riješi jednostavne diferencijalne jednačine prvog reda i linearne diferencijalne jednačine drugog reda sa konstantnim koeficijentima.

Ishodi učenja.

Tokom učenja učenik će moći da:

- objasni pojam diferencijalne jednačine;
- razumije geometrijske i fizičke primjere čiji su matematički modeli diferencijalne jednačine;
- riješi diferencijalne jednačine prvog reda sa razdvojenim promjenljivim;
- riješi homogenu diferencijalnu jednačinu prvog reda;
- riješi linearnu diferencijalnu jednačinu prvog reda;
- riješi linearne diferencijalne jednačine drugog reda sa konstantnim koeficijentima.

Didaktičke preporuke za realizaciju obrazovno-vaspitnog ishoda:

a) Sadržaji/pojmovi: diferencijalne jednačine; rješenja diferencijalne jednačine; diferencijalna jednačina prvog reda koja se rješava razdvajanjem promjenljivih; homogena diferencijalna jednačina prvog reda, rješavanje; linerana diferencijalna jednačina prvog reda, rješavanje; linearna diferencijalna jednačina drugog reda sa konstantnim koeficijentima.

b) Aktivnosti učenja

Učenici:

- rješavaju diferencijalne jednačine prvog reda razdvajanjem promjenljivih;
- rješavaju homogene diferencijalne jednaine prvog reda;
- rješavaju linerane diferencijalne jednačine prvog reda;
- računaju linearne diferencijalne jednačine drugog reda sa konstantnim koeficijentima.

c) Broj časova realizacije (okvirno): 25 časova.

E. DIDAKTIČKE PREPORUKE ZA REALIZACIJU PREDMETA

Osnovno didaktičko uputstvo koje se odnosi na program u cjelini glasi: svaku nastavnu jedinicu, svako uvođenje novog pojma, treba započeti odgovarajućim primjerom koji vodi ka tom pojmu, bilo iz prakse, bilo primjerom iz drugih nauka. Recimo, pojam izvoda treba uvesti posmatarnjem zadatka određivanja tangente grafika funkcije, pojam određenog integrala postavljajući zadatak izračunavanja površine krivolinijskog trapeza, nastavu o diferencijalnim jednačinama drugim Njutnovim zakonom i odgovarajućim primjerom iz fizike.

Takođe, važno je učenike upućivati na istorijski razvoj pojedinih matematičkih pojmova, njihovu genezu, kao i intuitivni pristup u razvoju matematičkih pojmova koji je često dovodio do značajnih matematičkih otkrića potvrđenih kasnije u praksi.

U nastavi treba koristiti različite oblike i metode rada, koje će doprinijeti većoj angažovanju učenika ispoljavanju njihovih individualnih sposobnosti i afiniteta. Moguće je kombinovati individualni pristup sa radom u grupama, metod pripremljenih zadataka i uvođenja pojmova preko kojih se pojmovi usvajaju postepeno kroz rad dobro odabranih zadataka. Potrebno je podsticati učenike da u procesu učenja koriste ICT.

Treba povremeno učenike angažovati da kroz projekne zadatke rješavaju određene probleme, bilo teorijske, bilo praktične, ili koristiti druge oblike timskog rada koji doprinose boljem razumijevanju matematičkih činjenica, svrsihodnosti učenja predmeta razvijaju vještine rada u timu i međusobne saradnje.

F. PRILAGOĐAVANJE PROGRAMA DJECI SA POSEBNIM OBRAZOVNIM POTREBAMA I NADARENIM UČENICIMA

a) Prilagođavanje programa djeci sa posebnim obrazovnim potrebama

Zakon o vaspitanju i obrazovanju djece sa posebnim obrazovnim potrebama, članom 12 definiše način prilagođavanja nastave i učenja učenicima sa posebnim obrazovnim potrebama koji se školuju po Programu, uz obezbjeđivanje dodatnih uslova, pomagala i stručne pomoći u gimnazijskom obrazovanju.

U zavisnosti od smetnji i teškoća u razvoju, sposobnosti i potreba učenika, individualni program omogućava mijenjanje, prilagođavanje i individualizaciju metodike kojom se sadržaji realizuju, ali ne i snižavanje definisanih ishoda učenja.

Primjer: za učenika bez ostatka vida, škola treba da u saradnji s Resursnim centrom Podgorica obezbijedi udžbenike na Brajevom pismu, elektronske udžbenike, omogući siguran i bezbjedan prostor, bez barijera i sl.

b) Prilagođavanje programa nadarenim učenicima

Nadarenim učenicima svakako treba pružiti mogućnost da dublje razumiju matematičke pojmove i rješavaju složenije zadatke, posebno one nestandardne.

U tom cilju, nastavnik treba da u pripremi za čas predvidi složenije zadatke za nadarene, takođe da učenike uputi na literaturu koja je sa jedne strane prilagođena njihovom uzrastu i prethodno stečenim znanjima a sa druge strane pružaju mogućnost boljeg razumijevanja pojmova i matematičkih rezultata.

Posebno, treba im preporučiti da rješavaju zadatke koji se daju na raznim nivoima matematičkih takmičenja i pratiti njihov rada i pružati im odgovarajuću pomoć u rješavanju zadataka.

G. VREDNOVANJE OBRAZOVNO-VASPITNIH ISHODA

a) Elementi praćenja učenika u nastavi

Provjeravanje i ocjenjivanje znanja učenika vrši se pismenim putem (pismenim zadacima-četiri dvočasovna pismena zadatka u toku godine i na testovima, kojih može biti više) i usmeno, pri čemu nastavnik prati postignuća učenika, sa ciljem da se učenicima skrene pažnja na propuste, da se neki pojmovi detaljnije analiziraju.

Na pismenim provjerama znanja nastavnik pažljivo bira zadatke, kako bi na osnovu njih utvrdio da li učenici razumiju pojmove, da li znaju da primijene teoriju koju su učili. Važno je da se izborom zadataka obezbijedi prepoznavanje različitih nivoa znanja učenika. Pitanja na testovima moraju biti jasna, predviđeni odgovori kratki i nedvosmislni. Takođe, učenici treba unaprijed da znaju kako se pojedini zadaci boduju i kako se formiraju ocjene na testovima.

Usmene provjere znanja treba organizovati tako da se učenicima skrene pažnja na propuste u razumijevanju pojmova, i na propuste u procesu učenja.

Domaći zadaci su veoma važan element u procesu praćenja učenika. Važno je da ti zadaci budu dobro odabrani, jer se u rješavanju tih zadataka ne ograničava vrijeme rada, slobodno se može koristiti literatura i internet, pa svaki učenik može da dobro iskaže svoje afinitete i sposobnosti.

Neohodno je planirati časove analize pismenih zadataka i drugih pisanih provjera znanja, kao i domaćih zadataka.

Važno je posvetiti pažnju kontinuiranom praćenju i ocjenjivanju znanja učenika – formativno ocjenjivanje koje se može sprovesti kroz svakodnevne aktivnosti učenika. Tako, npr. može se procjenjivati i ocjenjivati njihov doprinos radu u timu, manji istraživački radovi učenika, seminarski radovi, aktivnosti na času i druge aktivnosti koje mogu dati nastavniku uvid u znanje učenika.

b) Kriterijumi praćenja i ocjenjivanja

Ocjenjivanje treba da bude motivaciono. Zadaci na testovima i posebno zadaci u dvočasovnim pismenim zadacima moraju biti jasni, kao i kriterijumi ocjenjivanja.

Ciljevi praćenja i ocjenjivanja u nastavi predmeta Analiza sa algebrom su usmjereni na znanje i razumijevanje osnovnih pojmova i sadržaja datih ovim Programom, i njihovom primjenom kroz različite zadatke i rješavanje praktičnih situacija. Veoma je važno podsticati i vrednovati i

sposobnost logičkog mišljenja, zaključivanja, generalizovanja i matematičkog dokazivanja, razvijanje različitih, inovativnih strategija rješavanja problema, sposobnost kritičkog mišljenja i interpretiranja rješenja.

c) Kriterijumi praćenja i ocjenjivanja

Kriterijumi ocjenjivanja znanja

Osnovni nivo	Srednji nivo	Viši nivo
<p>POZNAVANJE ČINJENICA I INFORMACIJA U MANJE-VIŠE IZVORNOM OBLIKU Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – umije da prevede na matematički jezik jednostavne realne situacije; – poznaje osnovne matematičke pojmove, oznake i definicije; – rješava jednostavne zadatke kroz rutinske postupke; – koristi osnovne algoritme i formule; – čita osnovne podatke sa grafika, tabela i dijagrama; – dobijena rješenja tumači doslovno; – poznaje osnovna pravila računanja sa brojevima i odnose među brojevima. 	<p>UTVRĐIVANJE RELACIJA MEĐU ELEMENTIMA ZNANJA - ZAKLJUČIVANJE Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – razumije i adekvatno primjenjuje većinu matematičkih pojmova, formula, algoritama i struktura; – u standardnim zadacima bira odgovarajuće postupke rješavanja i daje relevantna obrazloženja; – umije da odabere i uporedi različite načine rješavanja tipskih zadataka i uporedi dobijene rezultate; – stečena znanja primjenjuje u odgovarajućim realnim situacijama; – dolazi do rezultata u zadacima za čije rješavanje je potrebno sprovođenje više koraka; – u zahtjevnijim slučajevima pravilno bira metodu rješavanja, ali samostalno ne dovodi postupak do kraja. 	<p>LIČNI, AUTONOMAN ODNOS UČENIKA PREMA SADRŽAJU KOJI UČI Učenik:</p> <ul style="list-style-type: none"> – samostalno vlada matematičkim pojmovima i povezuje matematička znanja; – umije da odabere i uporedi različite strategije rješavanja zadataka i matematičkih problema i da uporedi rezultate; – jasno formuliše odgovarajuće realne probleme, uspješno ih prevodi na matematički jezik i bira adekvatne načine rješavanja; – povezuju informacije iz različitih izvora i znaju da ih prevode sa jednog oblika na drugi; – daju originalna rješenja zadataka; – kritički razmatraju rezultate; – argumentuju rješenja; – logički razmišljaju i generalizuju informacije; – primjenjuju različite načine matematičkih dokaza; – pokazuju napredno matematičko rezonovanje i mišljenje.

d) Obaveze učenika

- Poštovanje pravila rada na času.
- Saradnja i dobra komunikacija, timski rad.
- Učešće u aktivnostima na času.
- Izrada domaćih zadataka.
- Izrada kontrolnih zadataka i testova.
- Učestvovanje u međunarodnim testiranjima (TIMSS, PIRLS, PISA).
- Izrada pismenih zadataka, u svakom razredu po četiri pismena zadatka.
- Učešće na eksternoj provjeri znanja.
- Učešće u projektima i/ili seminarskim radovima.

e) Oblici praćenja i provjeravanja

Postignuća učenika se mogu pratiti različitim instrumentima, ovdje navodimo neke:

- protokol posmatranja i praćenja aktivnosti učenika na času, treba ga standardizovati;
- pismeni zadaci;
- domaći zadaci;
- projektni zadaci seminarski radovi;
- testovi: različiti oblici testova, test po nivoima znanja učenika, inicijalni testovi, dijagnostički testovi itd;
- kvizovi znanja,
- samostalna izlaganja učenika;
- izlaganja/prezentovanje rezultata timskog rada;
- vršnjačko procjenjivanje i ocjenjivanje;
- samoprocjena učenika;
- portfolio učenika.

H. USLOVI ZA REALIZACIJU PREDMETA

- a)** Resursi za realizaciju predmetnog programa. Poželjno je da nastava iz ovog predmeta realizuje u specijalizovanim kabinetima, koji je opremljen internet konekcijom. Potrebno ja da u kabinetu postoji priručna biblioteka
- b)** Profil i stručna sprema nastavnika. Algebru i analizu mogu predavati diplomirani matematičari, koji su završili teorijski, nastavni, ili smjer primijenjene matematike na studijskom programu Matematika. Poželjno je da se nastavnici stalno usavršavaju, da koriste savremenu literaturu i internet sajtove.

Predmetni program Analiza sa algebrom za I, II, III i IV razred matematičke gimnazije, uradila je Komisija u sljedećem sastavu:

Prof. dr Milojica Jaćimović, predsjednik

Nataša Vlahović, član

Vidosava Kaščelan, član

U izradi Predmetnog programa korišćen je prethodno važeći Predmetni program zasnovan na ciljevima. Pored naših, u izradi Predmetnog programa konsultovani su i predmetni programi iz država u regionu: Slovenija, Hrvatska, Bosna i Hercegovina i Srbija.

Nacionalni savjet za obrazovanje na sjednici održanoj 23. jula 2020. godine, utvrdio je **Predmetni program ANALIZA SA ALGEBROM** za I, II, III i IV razred matematičke gimnazije.